

La commande RST

Frédéric Gouaisbaut

LAAS-CNRS

Tel : 05 61 33 63 07

email : fgouaisb@laas.fr

webpage: fredgouaisbaut.free.fr

October 15, 2007

Sommaire

- 1 Introduction et structure canonique du correcteur
- 2 Le placement de pôles avec la structure RST
- 3 Notion de poursuite
- 4 Spécifications distinctes Poursuite/Régulation
- 5 Conclusion
- 6 Bibliographie

Sommaire

- 1 Introduction et structure canonique du correcteur
 - Introduction
 - Un correcteur à deux degrés de liberté
- 2 Le placement de pôles avec la structure RST
- 3 Notion de poursuite
- 4 Spécifications distinctes Poursuite/Régulation
- 5 Conclusion
- 6 Bibliographie

Sommaire

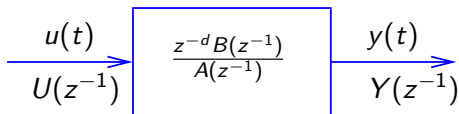
- 1 Introduction et structure canonique du correcteur
 - Introduction
 - Un correcteur à deux degrés de liberté
- 2 Le placement de pôles avec la structure RST
- 3 Notion de poursuite
- 4 Spécifications distinctes Poursuite/Régulation
- 5 Conclusion
- 6 Bibliographie

Schéma bloc associé

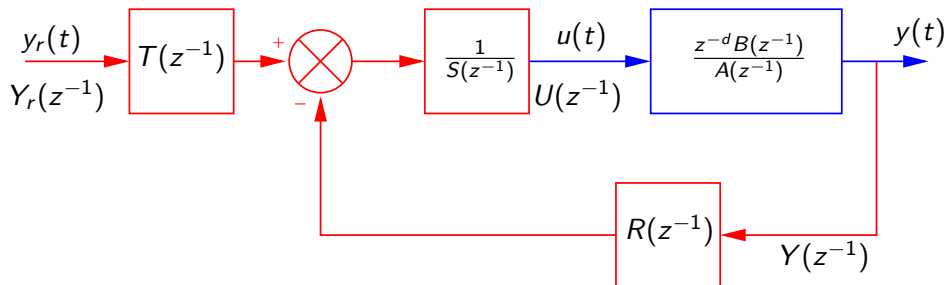
On considère le système suivant défini par la fonction de transfert en z^{-1} :

$$H(z^{-1}) = \frac{z^{-d}B(z^{-1})}{A(z^{-1})}$$

où A, B sont des polynômes en la variable z^{-1} , l'opérateur décalage arrière (nommée aussi l'opérateur retard).



Le schéma bloc général pour la synthèse RST est :



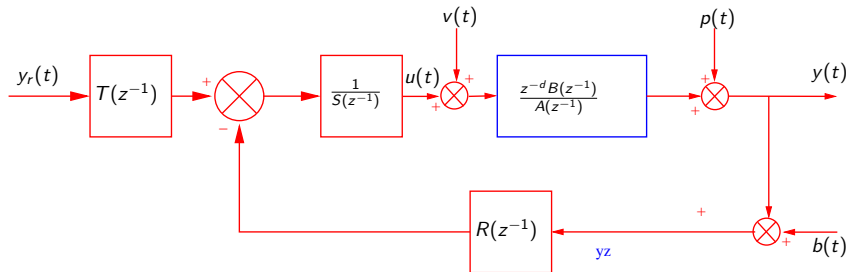
où R, S, T sont des polynômes en la variable z^{-1} . La fonction en boucle fermée s'écrit :

$$H_{cl} = \frac{z^{-d}B(z^{-1})T(z^{-1})}{\underbrace{A(z^{-1})S(z^{-1}) + z^{-d}B(z^{-1})R(z^{-1})}_{P(z^{-1})}}$$

Schéma bloc associé

- 1 Le polynôme $P(z^{-1})$ va définir les pôles du système en boucle fermée.
- 2 Le polynôme T introduit un degré de liberté supplémentaire qui va permettre de faire de la poursuite.
- 3 Ce correcteur est appelé un correcteur à deux degrés de liberté car il permet d'assurer des performances différentes pour la régulation et la poursuite.

Cas le plus général



- ❶ $r(t)$ est la consigne.
- ❷ $v(t)$ est la perturbation agissant au niveau de la commande.
- ❸ $p(t)$ est la perturbation agissant au niveau de la sortie du procédé
- ❹ $b(t)$ représente le bruit de mesure (généralement un bruit se situant dans les hautes fréquences).

Calcul des différentes fonctions de transfert entre les signaux d'entrées et les différents signaux internes ou de sorties

$$S_{p \rightarrow y} = \frac{AS}{AS + \bar{B}R}$$

$$S_{p \rightarrow u} = \frac{-AR}{AS + \bar{B}R}$$

$$S_{b \rightarrow y} = \frac{-\bar{B}R}{AS + \bar{B}R}$$

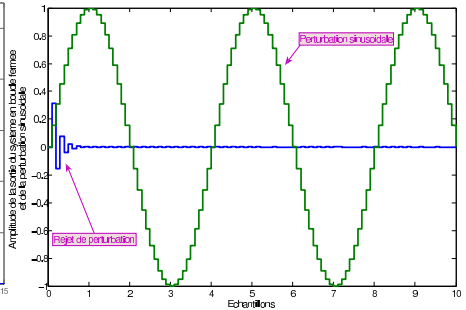
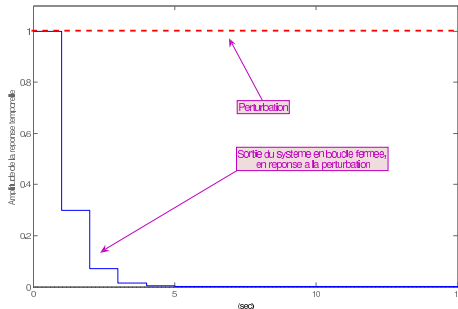
$$S_{r \rightarrow y} = \frac{\bar{B}T}{AS + \bar{B}R}$$

où $\bar{B} = z^{-d}B(z^{-1})$

fonction de transfert entre $p(t)$ et $y(t)$

- Influence d'une perturbation additive sur la sortie du procédé réel.
- Objectif de la commande (i.e. le choix des polynômes R, S, T) est de réduire l'effet de la perturbation sur la sortie (au moins au niveau de certaines zones temporelles).
 - Choix de la dynamique du rejet de perturbations
 - Temps de réponse
 - Dépassement ...

Exemple typique du rejet de perturbations



Example

Soit une perturbation constante $p(t) = 1$, i.e. dans le domaine de la transformée en z , $p(z^{-1}) = \frac{1}{1-z^{-1}}$. Pour une entrée de consigne nulle, la sortie est affectée uniquement par la perturbation et vaut:

$$Y(z^{-1}) = \frac{AS}{(1-z^{-1})(AS + \bar{B}R)}$$

La perturbation n'a pas d'influence sur la sortie en régime permanent, i.e. $\lim_{k \rightarrow \infty} y(k) = 0$. Cette dernière relation s'exprime simplement dans le domaine en z (th. valeur finale):

$$\lim_{z \rightarrow 1} Y(z^{-1}) = (1-z^{-1})Y(z^{-1}) = \frac{A(1)S(1)}{A(1)S(1) + B(1)R(1)}$$

Si S possède des zéros en 1 i.e. $S(z^{-1}) = (1-z^{-1})S^*(z^{-1})$, alors le système rejète asymptotiquement la perturbation (sous réserve d'un système en BF stable).

On suppose que le modèle du procédé est défini par $H(z^{-1}) = \frac{z^{-d}B(z^{-1})}{A(z^{-1})}$ avec A, B deux polynômes

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1z^{-1} + \dots + a_{n_a}z^{-n_a}, \quad B(z^{-1}) = b_1z^{-1} + \dots + b_{n_b}z^{-n_b}$$

On définit aussi $B^*(z^{-1}) = z^{-1}B(z^{-1})$.

- Calcul de la fonction de transfert en BF :

$$H(z^{-1}) = \frac{z^{-d}T(z^{-1})B(z^{-1})}{\underbrace{A(z^{-1})S(z^{-1}) + z^{-d}B(z^{-1})R(z^{-1})}_{P(z^{-1})}},$$

où $P(z^{-1})$ est un polynôme choisi qui doit être stable.

- La fonction de transfert $T_{d \rightarrow y}$:

$$S_{p \rightarrow y} = \frac{A(z^{-1})S(z^{-1})}{P(z^{-1})}$$

- Le polynôme P règle la dynamique du rejet de perturbation (appelée dynamique de régulation).

Sommaire

- 1 Introduction et structure canonique du correcteur
- 2 Le placement de pôles avec la structure RST
 - Le choix du polynôme $P(z^{-1})$
 - Calcul des polynômes $R(z^{-1})$ et $S(z^{-1})$
 - Choix des parties fixes
- 3 Notion de poursuite
- 4 Spécifications distinctes Poursuite/Régulation
- 5 Conclusion
- 6 Bibliographie

- 1 On choisit un polynôme stable, i.e. les racines de $P(z^{-1})$ appartiennent au disque unité.
- 2 La dynamique de la régulation (et du rejet de perturbation) est fixée par les pôles de $P(z^{-1})$. Il faut les choisir afin d'assurer un rejet de perturbation satisfaisant (en terme de rapidité et de dépassement).

Exemple

$$P(z^{-1}) = 1 - 0.5z^{-1}$$

$$P(z^{-1}) = 1 + 2\zeta\omega_n z^{-1} + \omega_n^2 z^{-2}$$

Ce polynôme, représentant les modes désirés est appelé $P_{dom}(z^{-1})$. Afin d'ajouter un certains nombre de degrés de liberté, on lui adjoint un polynôme auxiliaire P_{aux} dont les pôles sont plus rapides que les pôles dominants. Finalement, le polynôme $P(z^{-1})$ s'écrit:

$$P(z^{-1}) = P_{dom}(z^{-1})P_{aux}(z^{-1})$$

Sommaire

- 1 Introduction et structure canonique du correcteur
- 2 Le placement de pôles avec la structure RST
 - Le choix du polynôme $P(z^{-1})$
 - Calcul des polynômes $R(z^{-1})$ et $S(z^{-1})$
 - Choix des parties fixes
- 3 Notion de poursuite
- 4 Spécifications distinctes Poursuite/Régulation
- 5 Conclusion
- 6 Bibliographie

Une fois $P(z^{-1})$ choisie, on résout l'équation:

$$A(z^{-1})S(z^{-1}) + z^{-d}B(z^{-1})R(z^{-1}) = P(z^{-1})$$

- Equation de Bézout ou diophantine
- Variables inconnues $S(z^{-1}), R(z^{-1})$
- Variables connues $A(z^{-1}), B(z^{-1})$

Theorem

L'équation de Bezout a une unique solution ssi

$$\begin{cases} n_P \leq n_A + n_B + d - 1 \\ n_S = n_B + d - 1 \\ n_R = n_A - 1 \end{cases}$$

où les polynômes S et R sont définis par :

$$\begin{aligned} S(z^{-1}) &= 1 + s_1 z^{-1} + \dots + s_{n_S} z^{-n_S} \\ R(z^{-1}) &= r_0 + r_1 z^{-1} + \dots + r_{n_R} z^{-n_R} \end{aligned}$$

Méthode de résolution

Afin de résoudre cette équation dont les inconnues sont les coefficients de R et S , on exprime cette équation sous forme matricielle $Mx = p$ où $M \in \mathbb{R}^{(n_A+n_B+d) \times (n_A+n_B+d)}$

$$x = \begin{bmatrix} 1 \\ s_1 \\ s_2 \\ \vdots \\ s_{n_S} \\ r_0 \\ r_1 \\ \vdots \\ r_{n_R} \end{bmatrix} \quad p = \begin{bmatrix} 1 \\ p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_{n_P} \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

Si A et B n'ont pas de facteurs communs, La matrice M est inversible i.e. $\det(M) \neq 0$.

Exemple

Soit le système défini par

$$G(z^{-1}) = \frac{z^{-1}(1 - z^{-1})}{1 - 4z^{-1} + 2z^{-2}}$$

On veut résoudre l'équation de bezout avec $P(z^{-1}) = 1 - 0.6z^{-1} - 0.05z^{-2}$.

Solution

- Variables connues:

$$d = 1, A(z^{-1}) = 1 - 4z^{-1} + 2z^{-2}, B(z^{-1}) = 1 - z^{-1}$$

- Calcul des degrés:

$$\left\{ \begin{array}{l} n_P \leq n_A + n_B + d - 1 \\ n_P \leq 2 + 1 + 1 - 1 = 3 \\ n_S = n_B + d - 1 \\ n_S = 1 + 1 - 1 = 1 \\ n_R = n_A - 1 \\ n_R = 2 - 1 = 1 \end{array} \right.$$

Exemple (suite et ...fin)

- Choix de $S(z^{-1})$ et $R(z^{-1})$: $S(z^{-1}) = 1 + s_1 z^{-1}$, $R(z^{-1}) = r_0 + r_1 z^{-1}$
- Ecriture de l'équation de Bezout:

$$(1 - 4z^{-1} + 2z^{-2})(1 + s_1 z^{-1}) + (z^{-1} - z^{-2})(r_0 + r_1 z^{-1}) = P(z^{-1})$$
- On regroupe degrés par degrés:

$$1 + z^{-1}(s_1 - 4 + r_0) + z^{-2}(2 - 4s_1 + r_1 - r_0) + z^{-3}(2s_1 - r_1) =$$

$$1 - 0.6z^{-1} - 0.05z^{-2}$$
- Expression matricielle:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -4 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -4 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ s_1 \\ r_0 \\ r_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -0.6 \\ -0.05 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- Résolution: $S(z^{-1}) = 1 - 1.35z^{-1}$, $R(z^{-1}) = 4.35 - 2.7z^{-1}$

Choix des parties fixes

Afin de respecter certaines spécifications, les polynômes S et R peuvent contenir des parties fixes. Par exemple, le rejet de perturbations polynômiales imposent :

$$S(z^{-1}) = (1 - z^{-1})^q S^*(z^{-1})$$

De la même manière, $R(z^{-1})$ peut contenir des parties fixes. On pose ainsi:

$$\begin{cases} R(z^{-1}) = R^*(z^{-1})H_R(z^{-1}) \\ S(z^{-1}) = S^*(z^{-1})H_S(z^{-1}) \end{cases}$$

où $H_R(z^{-1})$ et $H_S(z^{-1})$ sont des parties fixes.

La boucle fermée s'écrit alors:

$$\begin{aligned} H_{cl}(z^{-1}) &= \frac{z^{-d} T(z^{-1}) B(z^{-1})}{A(z^{-1}) S^*(z^{-1}) H_S(z^{-1}) + z^{-d} B(z^{-1}) R^*(z^{-1}) H_R(z^{-1})} \\ &= \frac{z^{-d} T(z^{-1}) B(z^{-1})}{P(z^{-1})} \end{aligned}$$

On doit donc résoudre l'équation:

$$A(z^{-1}) S^*(z^{-1}) H_S(z^{-1}) + z^{-d} B(z^{-1}) R^*(z^{-1}) H_R(z^{-1}) = P(z^{-1})$$

La méthode fonctionne ssi AH_S et BH_R n'ont pas de zéros communs

On obtient une unique solution ssi:

$$\begin{cases} n_P \leq n_A + n_{H_S} + n_B + n_{H_R} + d - 1 \\ n_{S^*} = n_B + n_{H_R} + d - 1 \\ n_{R^*} = n_A + n_{H_S} - 1 \end{cases}$$

Sommaire

- 1 Introduction et structure canonique du correcteur
- 2 Le placement de pôles avec la structure RST
 - Le choix du polynôme $P(z^{-1})$
 - Calcul des polynômes $R(z^{-1})$ et $S(z^{-1})$
 - Choix des parties fixes
- 3 Notion de poursuite
- 4 Spécifications distinctes Poursuite/Régulation
- 5 Conclusion
- 6 Bibliographie

Rejet de perturbations polynomiales

La fonction de transfert entre la perturbation p et la sortie y est définie par

$$S_{p \rightarrow y} = \frac{AS}{AS + BR}$$

Supposons que la perturbation soit de la forme:

$$p(z^{-1}) = (1 - z^{-1})^{-q}$$

alors

$$Y(z^{-1}) = (1 - z^{-1})^{-q} \frac{AH_S S}{P(z^{-1})}$$

et

$$\lim_{k \rightarrow \infty} y(k) = \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1})^{-q+1} \frac{AH_S S}{P(z^{-1})}$$

Tableau récapitulatif du rejet de perturbation

On peut déterminer le choix de H_S suivant la classe de perturbations considérés.

Perturbations	q	H_S	$\lim_{k \rightarrow +\infty} y(k)$
Impulsion	0	$H_S = 1$	0
Echelon	1	$H_S = 1 - z^{-1}$	0
Rampe	2	$H_S = (1 - z^{-1})^2$	0

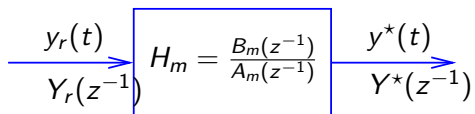
remark

- *Ce calcul et ce tableau est à mettre en rapport avec le calcul de la précision d'un système en boucle fermée (c'est le même...)*
- *En ce qui concerne, d'autres signaux comme des signaux périodiques, la détermination des parties fixes fait appel à la notion de zéros bloquants pour le système.*

Sommaire

- 1 Introduction et structure canonique du correcteur
- 2 Le placement de pôles avec la structure RST
- 3 Notion de poursuite
 - Choix du modèle de poursuite et de $T(z^{-1})$
 - Exemples
- 4 Spécifications distinctes Poursuite/Régulation
- 5 Conclusion
- 6 Bibliographie

En général, lorsque nous effectuons une boucle de rétro-action, on désire que la sortie suive l'entrée de consigne d'une certaine manière en suivant une courbe de référence. Cette courbe de référence est construit comme la sortie d'un système appelé modèle de poursuite:



En général, B_m et A_m sont déterminés d'après les performances désirés pour la trajectoire (temps de réponse, dépassement...) Par exemple,

$$H_m(z^{-1}) = \frac{z^{-1}(b_{m0} + b_{m1}z^{-1})}{1 + a_{m1}z^{-1} + a_{m2}z^{-2}}.$$

L'objectif est alors de déterminer la manière dont on peut suivre la trajectoire désirée.

$$y^*(z^{-1}) = \frac{B_m(z^{-1})}{A_m(z^{-1})} Y_r(z^{-1})$$

Choix de $T(z^{-1})$

Choix du précompensateur :

- un gain unitaire entre y^* et y_r .
- Une compensation des pôles de $P(z^{-1})$.

Ainsi, on pose:

$$T(z^{-1}) = G(z^{-1})P(z^{-1})$$

$$G(z^{-1}) = \begin{cases} \frac{1}{B(1)} & \text{si } B(1) \neq 1 \\ 1 & \text{sinon} \end{cases}$$

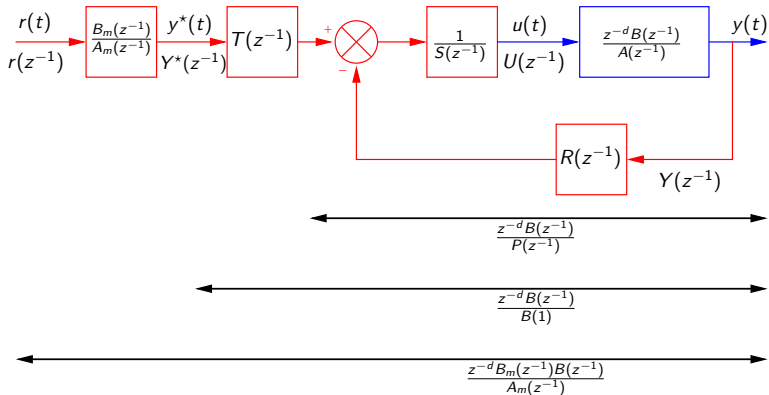
La boucle fermée s'écrit alors :

$$H_{cl}(z^{-1}) = z^{-d} \frac{B(z^{-1})}{B(1)} \frac{B_m(z^{-1})}{A_m(z^{-1})}$$

Remarque

Il n'est pas nécessaire de compenser totalement $P(z^{-1})$. Les pôles les plus rapides peuvent être conservés.

Récapitulatif



Sommaire

- 1 Introduction et structure canonique du correcteur
- 2 Le placement de pôles avec la structure RST
- 3 Notion de poursuite
 - Choix du modèle de poursuite et de $T(z^{-1})$
 - Exemples
- 4 Spécifications distinctes Poursuite/Régulation
- 5 Conclusion
- 6 Bibliographie

Soit le système à temps discret $G(z^{-1}) = z^{-1} \frac{0.5+0.4z^{-1}}{1+0.2z^{-1}+0.5z^{-2}}$

Spécifications

- 1 Réponse hyperamortie en 15 échantillons.
- 2 Rejet de perturbations impulsionnelles/constantes en 3 échantillons.

- Choix des parties fixes $S(z^{-1}) = (1 - z^{-1})S^*(z^{-1})$.
- Choix des degrés des polynômes:

$$\left\{ \begin{array}{lcl} n_P & \leq & n_A + n_{H_S} + n_B + n_{H_R} + d - 1 \\ & \leq & 2 + 1 + 1 + 0 + 1 - 1 = 4 \\ n_{S^*} & = & n_B + n_{H_R} + d - 1 \\ & = & 1 + 0 + 1 - 1 = 1 \\ n_{R^*} & = & n_A + n_{H_S} - 1 \\ & = & 2 + 1 - 1 = 2 \end{array} \right.$$

- Choix du polynôme $P(z^{-1}) = (1 - e^{-2}z^{-1})(1 - e^{-15}z^{-1})^3$.

Résolution de l'équation de Bezout $AS + z^{-d}BR = P(z^{-1})$

- $S(z^{-1}) = (1 - z^{-1})(1 + s_1^* z^{-1}) = 1 + (s_1^* - 1)z^{-1} - s_1^* z^{-2}$
- $R(z^{-1}) = r_0 + r_1 z^{-1} + r_2 z^{-2}$

En adoptant l'expression matricielle, on obtient:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.8 & 1 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0.3 & -0.8 & 0.4 & 0.5 & 0 \\ -0.5 & 0.3 & 0 & 0.4 & 0.5 \\ 0 & -0.5 & 0 & 0 & 0.4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ s_1^* \\ r_0 \\ r_1 \\ r_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ p_0 \\ p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix}$$

Choix du modèle de poursuite $\frac{B_m}{A_m}$

- Réponse second ordre amortie en 15 échantillons.
- pôles dominants désirés en continu $p_{dom} = 1/5$.
- pôles dominants désirés en discret ($Te = 1$) $z_{1/2} = e^{-1/5} = 0.8187$.
- $A_m(z^{-1}) = (1 - 0.8187z^{-1})(1 - 0.5z^{-1})$

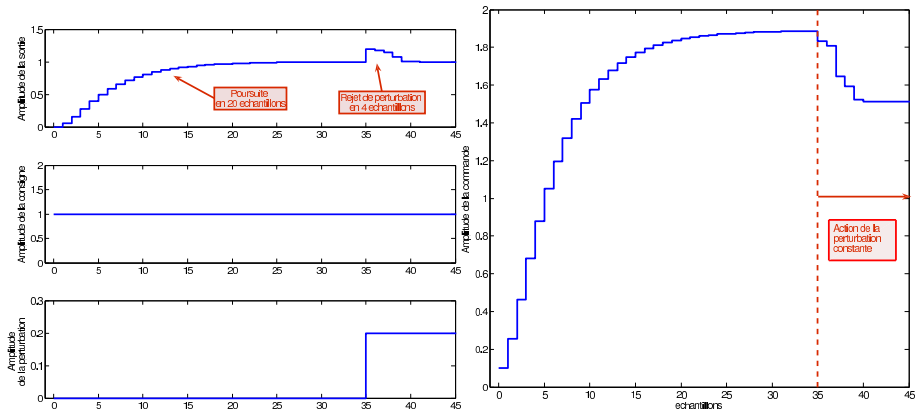
Choix du polynôme T

La boucle fermée s'écrit:

$$H_{cl}(z^{-1}) = z^{-d} \frac{T(z^{-1})B(z^{-1})B_m(z^{-1})}{P(z^{-1})A_m(z^{-1})}$$

On assure un gain statique de 1 pour $H_{cl}(z^{-1})$ en choisissant $B_m(z^{-1}) = A_m(1)$.

Résultats de simulation



Sommaire

- 1 Introduction et structure canonique du correcteur
- 2 Le placement de pôles avec la structure RST
- 3 Notion de poursuite
- 4 **Spécifications distinctes Poursuite/Régulation**
 - Objectifs et Structures
 - Régulation
 - Poursuite
 - Exemples
- 5 Conclusion

La boucle fermée dépend de $B(z^{-1})$, i.e. des zéros du système en boucle ouverte.

→ La dynamique choisie est donc modifiée par les zéros de la boucle ouverte.

→ Comment prendre en compte $B(z^{-1})$?

Sommaire

- 1 Introduction et structure canonique du correcteur
- 2 Le placement de pôles avec la structure RST
- 3 Notion de poursuite
- 4 **Spécifications distinctes Poursuite/Régulation**
 - Objectifs et Structures
 - Régulation
 - Poursuite
 - Exemples
- 5 Conclusion

Sans le pré filtre, T la fonction de transfert en boucle fermée s'écrit:

$$H(z^{-1}) = \frac{z^{-d-1}B^*(z^{-1})}{\underbrace{A(z^{-1})S(z^{-1}) + z^{-d-1}B^*(z^{-1})R(z^{-1})}_{B^*(z^{-1})P(z^{-1})}}$$

Ainsi, si nous pouvons simplifier les zéros:

$$H(z^{-1}) = \frac{z^{-d-1}}{P(z^{-1})}$$

Nous pouvons appliquer cette technique ssi B^* est un polynôme stable.
Effectivement, dans le cas contraire, il y a apparition de pôles instables...

Calcul de $R(z^{-1})$ et $S(z^{-1})$

L'équation diophantine à résoudre est :

$$A(z^{-1})S(z^{-1}) + z^{-d-1}B^*(z^{-1})R(z^{-1}) = B^*(z^{-1})P(z^{-1})$$

D'après cette équation, on voit que $B^*(z^{-1})$ doit diviser $S(z^{-1})$, i.e.

$$S(z^{-1}) = B^*(z^{-1})S_1(z^{-1})$$

L'équation à résoudre est donc:

$$A(z^{-1})S_1(z^{-1}) + z^{-d-1}R(z^{-1}) = P(z^{-1})$$

On peut par ailleurs paramétriser $S_1(z^{-1})$ et $R(z^{-1})$ pour obtenir des spécifications précises:

$$S_1(z^{-1}) = H_s(z^{-1})S^*(z^{-1}), R(z^{-1}) = H_R(z^{-1})R^*(z^{-1})$$

Calcul de $R(z^{-1})$ et $S(z^{-1})$

L'équation diophantine à résoudre est donc:

$$A(z^{-1})H_s(z^{-1})S^*(z^{-1}) + z^{-d-1}H_R(z^{-1})R^*(z^{-1}) = P(z^{-1})$$

Cette dernière admet une solution ssi:

$$\begin{cases} n_P \leq n_A + n_{H_S} + n_{H_R} + d \\ n_{S^*} = n_{H_R} + d \\ n_{R^*} = n_A + n_{H_S} - 1 \end{cases}$$

Sommaire

- 1 Introduction et structure canonique du correcteur
- 2 Le placement de pôles avec la structure RST
- 3 Notion de poursuite
- 4 **Spécifications distinctes Poursuite/Régulation**
 - Objectifs et Structures
 - Régulation
 - Poursuite
 - Exemples
- 5 Conclusion
- 6 Bibliographie

La poursuite : Calcul de $T(z^{-1})$

La boucle fermée s'écrit :

$$H_{cl}(z^{-1}) = z^{-(d+1)} \frac{T(z^{-1})B_m(z^{-1})}{P(z^{-1})A_m(z^{-1})}$$

Le choix $T(z^{-1}) = P(z^{-1})$ permet d'obtenir :

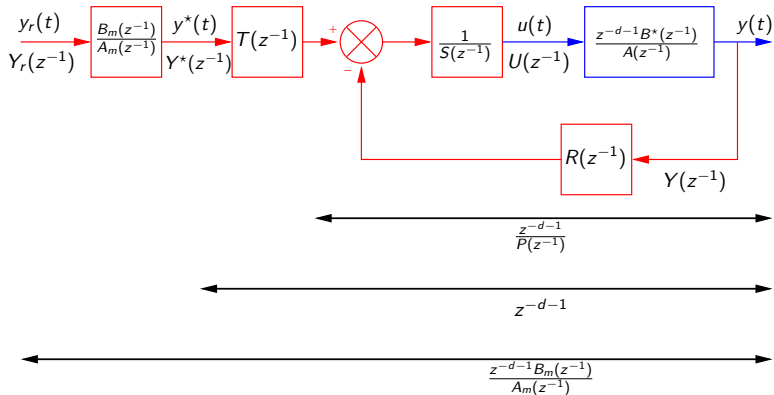
$$H_{cl}(z^{-1}) = z^{-(d+1)} \frac{B_m(z^{-1})}{A_m(z^{-1})} = \frac{Y(z^{-1})}{Y_r(z^{-1})}$$

La sortie du procédé réel suit la consigne avec un retard de $d + 1$ échantillons.

remark

On ne peut pas compenser des retards purs.

récapitulatif



Sommaire

- 1 Introduction et structure canonique du correcteur
- 2 Le placement de pôles avec la structure RST
- 3 Notion de poursuite
- 4 **Spécifications distinctes Poursuite/Régulation**
 - Objectifs et Structures
 - Régulation
 - Poursuite
 - Exemples
- 5 Conclusion

Soit le système à temps discret $G(z^{-1}) = z^{-1} \frac{0.2+0.1z^{-1}}{1-1.3z^{-1}+0.42z^{-2}}$

Spécifications

- 1 Objectifs de poursuite $Gm = \frac{0.0927z^{-1}+0.0687z^{-2}}{1-1.245z^{-1}+0.4066z^{-2}}$
- 2 Objectifs de régulation $P(z^{-1}) = 1 - 1.3741z^{-1} + 0.4867z^{-2}$

- Choix des parties fixes $S(z^{-1}) = (1 - z^{-1})S^*(z^{-1})$.
- Choix des degrés des polynômes:

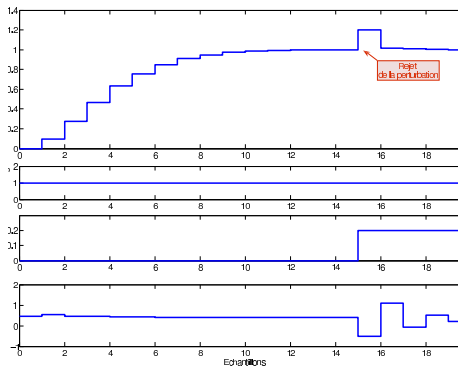
$$\left\{ \begin{array}{lcl} n_P & \leq & n_A + n_{H_S} + n_{H_R} + d \\ & \leq & 2 + 1 + 0 + 0 = 3 \\ n_{S^*} & = & n_{H_R} + d \\ & = & 0 + 0 = 0 \\ n_{R^*} & = & n_A + n_{H_S} - 1 \\ & = & 2 + 1 - 1 = 2 \end{array} \right.$$

- Choix du polynôme de **degré 2**.

On calcule

$$S^*(z^{-1}) = 1, \quad R^*(z^{-1}) = 0.9259 - 1.233z^{-1} + 0.42z^{-2}$$

On obtient $S(z^{-1}) = (1 - z^{-1})B^*(z^{-1})$ et $R(z^{-1}) = R^*(z^{-1})$.



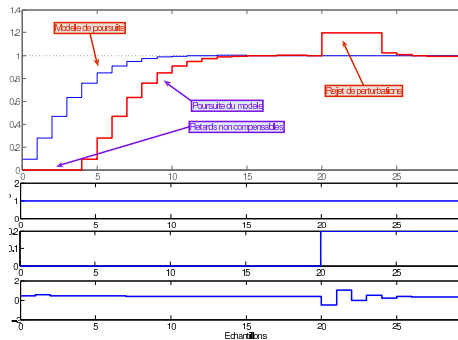
Soit le système à temps discret $G(z^{-1}) = z^{-4} \frac{0.2+0.1z^{-1}}{1-1.3z^{-1}+0.42z^{-2}}$

- Même objectifs que l'exemple précédent.
- Choix des degrés des polynômes:

$$\left\{ \begin{array}{lcl} n_P & \leq & n_A + n_{H_S} + n_{H_R} + d \\ & \leq & 2 + 1 + 0 + 3 = 6 \\ n_{S^*} & = & n_{H_R} + d \\ & = & 0 + 3 = 4 \\ n_{R^*} & = & n_A + n_{H_S} - 1 \\ & = & 2 + 1 - 1 = 2 \end{array} \right.$$

- Choix du polynôme de **degré 2**.

Résultats de simulations



- Landau D.I., Zito G., Digital Control, Design, Identification and Implantation, Editions Springer, Communications and Control Engineering series, 2005.
- Longchamps, R., Commande numérique de systèmes dynamiques, presses polytechniques et universitaires romandes, 1995.
- Borne, P. Dauphin-Tanguy G., Richard J.P., Rotella F., Zambettakis I., Analyse et Régulation des processus industriels, Editions technip, Hermes, 1993.