**Angle solide :**

* **Définition**

De façon comparable à un angle, qui est une grandeur sans dimension définissant la portion d’espace délimitée par le centre d’un cercle et une partie de la circonférence de ce cercle, un angle solide est une grandeur sans dimension qui définit la portion d’espace délimitée par le centre d’une sphère et une partie de la surface de cette sphère.

Soit une sphère de centre 0 et de rayon R, et un élément de surface dS sur cette sphère.  
L’angle solide dΩ qui définit la portion d’espace délimitée par le centre de la sphère et l’élément de surface dS est défini par :

L’angle dΩ est exprimé en stéradian (sr), nombre sans dimension.   
Si on considère la portion d’espace délimitée par un quart de sphère de rayon R, l’angle solide correspondant est

|  |
| --- |
| angle et angle solide |

* **Généralisation**

Si on prend un élément de surface quelconque infiniment petit dS’ (assimilé à la surface d'un cercle infiniment petit) situé autour d’un point M et incliné d’un angle β par rapport à dS, on a d’où

u = 0M/0M vecteur unitaire dirigé dans le sens 0M   
n : vecteur unitaire perpendiculaire à dS’ au point M

Donc l’élément d’angle solide qui définit la portion d’espace comprise entre un point 0 et une surface élémentaire dS =dS.n (située autour d’un point M et présentant une orientation quelconque) est (avec r=OM)

En particulier, si l’élément de surface dS est perpendiculaire à 0M, on retrouve

|  |
| --- |
| surfaces et angles solides élémentaires |

|  |
| --- |
| Surfaces et angles solides élémentaires |

**EXEMPLES :**

## Angle solide délimité par un disque :

On découpe le disque en une succession de couronnes circulaires élémentaires, de largeur dr et de même axe 0P, imbriquées les unes à l'intérieur des autres. Les éléments de surface constituant chaque couronne élémentaire sont orientés en formant même angle φ avec l’axe du disque (schéma ci-dessous).   
La surface d'une couronne élémentaire est :

d'où

Pour couvrir tout le disque, on intègre une infinité de couronnes circulaires élémentaires en faisant varier φ entre 0 et θ/2. On en déduit

|  |
| --- |
| angle solide disque |

|  |
| --- |
| Angle solide délimité par un disque et par un point P situé sur son axe |

•

## Angle solide délimité par un rectangle :

## Quel est l’angle solide délimité par un rectangle de cotés a et b (capteur d’appareil photo ou de caméscope numérique par exemple) et un point P situé à une distance h sur l’axe central de ce rectangle ?

## angle solide délimité par un rectangleOn suppose que, par exemple, le rectangle est centré en 0 et placé dans le plan xy. On calcule l’angle solide d’un quart de ce rectangle, de côté p=a/2 et q=b/2 puis, par symétrie, on multiplie le résultat par 4 pour obtenir l’angle solide relatif au rectangle complet.

## Donc :

## On intègre d’abord par rapport à x pour obtenir une fonction i(y) :

## D’où :

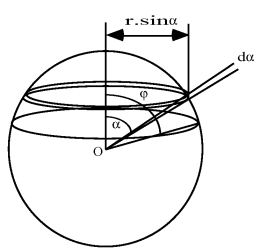
## On trouvera :

On déduit l’angle solide total, délimité par le rectangle de cotés a=2p et b=2q, en multipliant le résultat précédent par 4.

|  |
| --- |
| 13 |

Puisque la surface d'une sphère vaut https://ics.utc.fr/Electricite/Electricite_formats_web/Electrostatique_web_webLatex/res/cours_03_3.png, un angle solide https://ics.utc.fr/Electricite/Electricite_formats_web/Electrostatique_web_webLatex/res/cours_03_4.pngest toujours compris entre https://ics.utc.fr/Electricite/Electricite_formats_web/Electrostatique_web_webLatex/res/cours_03_5.pnget https://ics.utc.fr/Electricite/Electricite_formats_web/Electrostatique_web_webLatex/res/cours_03_6.png.

## Angle solide délimité par une calotte sphérique :

Soit https://ics.utc.fr/Electricite/Electricite_formats_web/Electrostatique_web_webLatex/res/exercice_1.png l'angle qui permet de définir les limites de la calotte et https://ics.utc.fr/Electricite/Electricite_formats_web/Electrostatique_web_webLatex/res/exercice_2.png le rayon de la sphère. 

Si on décompose la calotte en anneaux de largeur infiniment petite https://ics.utc.fr/Electricite/Electricite_formats_web/Electrostatique_web_webLatex/res/exercice_3.pnget de position https://ics.utc.fr/Electricite/Electricite_formats_web/Electrostatique_web_webLatex/res/exercice_4.png, chaque anneau a une largeur , une longueur 2 ,

Donc une surface

https://ics.utc.fr/Electricite/Electricite_formats_web/Electrostatique_web_webLatex/res/math_5.png

Donc, la surface de toute la calotte vaut

https://ics.utc.fr/Electricite/Electricite_formats_web/Electrostatique_web_webLatex/res/math.png

https://ics.utc.fr/Electricite/Electricite_formats_web/Electrostatique_web_webLatex/res/math_03.png

https://ics.utc.fr/Electricite/Electricite_formats_web/Electrostatique_web_webLatex/res/math_04.png

Donc, l'angle solide recherché vaut :

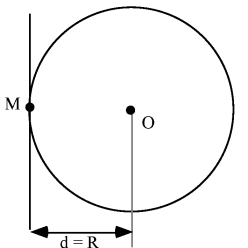
https://ics.utc.fr/Electricite/Electricite_formats_web/Electrostatique_web_webLatex/res/math_06.png

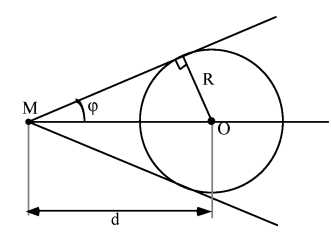
On vérifie bien que https://ics.utc.fr/Electricite/Electricite_formats_web/Electrostatique_web_webLatex/res/exercice_7.png, https://ics.utc.fr/Electricite/Electricite_formats_web/Electrostatique_web_webLatex/res/exercice_8.png

et que si https://ics.utc.fr/Electricite/Electricite_formats_web/Electrostatique_web_webLatex/res/exercice_9.png(la calotte devient étendue à toute la sphère)

## Angle solide sous lequel on voit une sphère :

## Sphère vue d'un point intérieurIl faut distinguer différents cas, selon la position relative du point et de la sphère.

1. Si le point M est à l'intérieur de la sphère, la surface interne de celle-ci occupe tout l'horizon. Donc https://ics.utc.fr/Electricite/Electricite_formats_web/Electrostatique_web_webLatex/res/exercice_03_1.png.
2. Si le point https://ics.utc.fr/Electricite/Electricite_formats_web/Electrostatique_web_webLatex/res/exercice_03_2.pngest juste sur la surface de la sphère, elle lui cache exactement la moitié de l'horizon. Donc https://ics.utc.fr/Electricite/Electricite_formats_web/Electrostatique_web_webLatex/res/exercice_03_3.png.



1. Si le point https://ics.utc.fr/Electricite/Electricite_formats_web/Electrostatique_web_webLatex/res/exercice_03_2.pngest à l'extérieur de la sphère :

On peut écrire :

Donc :

On peut alors utiliser la relation démontrée précédemment :

)

## Angle solide sous lequel on voit une surface infiniment petite dS depuis un point O :

## Angle solide sous lequel on voit une surface élémentaire dS depuis un point O

Soit https://ics.utc.fr/Electricite/Electricite_formats_web/Electrostatique_web_webLatex/res/cours_04_3.pngl'angle que font la droite https://ics.utc.fr/Electricite/Electricite_formats_web/Electrostatique_web_webLatex/res/cours_04_4.pnget un vecteur https://ics.utc.fr/Electricite/Electricite_formats_web/Electrostatique_web_webLatex/res/cours_04_5.pngperpendiculaire à la surface https://ics.utc.fr/Electricite/Electricite_formats_web/Electrostatique_web_webLatex/res/cours_04_1.pngen son milieu https://ics.utc.fr/Electricite/Electricite_formats_web/Electrostatique_web_webLatex/res/cours_04_6.png.

Il s'agit bien sûr de l'angle solide du cône de sommet https://ics.utc.fr/Electricite/Electricite_formats_web/Electrostatique_web_webLatex/res/cours_04_2.pngs'appuyant sur les cotés de la surface https://ics.utc.fr/Electricite/Electricite_formats_web/Electrostatique_web_webLatex/res/cours_04_1.png.

Pour calculer cet angle solide https://ics.utc.fr/Electricite/Electricite_formats_web/Electrostatique_web_webLatex/res/cours_04.png, nous allons appliquer la définition précédente et calculer la surface délimitée par notre cône sur une sphère de centre https://ics.utc.fr/Electricite/Electricite_formats_web/Electrostatique_web_webLatex/res/cours_04_2.pnget passant par https://ics.utc.fr/Electricite/Electricite_formats_web/Electrostatique_web_webLatex/res/cours_04_6.png.

https://ics.utc.fr/Electricite/Electricite_formats_web/Electrostatique_web_webLatex/res/cours_04_7.pngComme l'angle solide https://ics.utc.fr/Electricite/Electricite_formats_web/Electrostatique_web_webLatex/res/cours_04.pngest infiniment petit, cette surface élémentaire est assimilable à sa projection sur le plan tangent à la sphère en ce point https://ics.utc.fr/Electricite/Electricite_formats_web/Electrostatique_web_webLatex/res/cours_04_6.png. Elle vaut donc et on en déduit :

https://ics.utc.fr/Electricite/Electricite_formats_web/Electrostatique_web_webLatex/res/math_1.png