Correcteur placement de pôles

Correcteur placement de pôles

Les correcteurs de type placement de pôle permettent de piloter des systèmes d'ordre quelconque avec des retards qui peuvent être élevés. Il se synthétisent à partir d'uns structure RST.

Il n'y a pas de restriction sur les degrés des polynômes $A(z)$ et $B(z)$ du procédé. Il n'y a pas de restriction sur les zéros du procédé car la méthode ne les compense pas forcément. C'est une méthode qui permet de fixer des objectifs différents en poursuite en en régulation.

Le modèle à atteindre peut être d'ordre quelconque. Néanmoins, pour des raisons pratiques, il suit souvent un système d'ordre deux ; ce qui permet de le spécifier à partir d'un dépassement et d'un temps de montée désirés.

Étude en régulation

La fonction de transfert entre W^p et Y a pour expression :

$$\frac{Y}{W_p} = \frac{A(z)S(z)}{A(z)S(z) + z^{-d}B(z)R(z)}$$

$$\text{avec,} \quad \begin{aligned} B &= b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \ldots + b_m z^{-m} \\ A &= 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \ldots a_n z^{-n} \\ S &= 1 + s_1 z^{-1} + s_2 z^{-2} + \ldots s_l z^{-l} \\ R &= r_0 + r_1 z^{-1} + r_2 z^{-2} + \ldots r_l^{-l} \end{aligned}$$

Le but de la régulation est d'obtenir une dynamique de système corrigé qui correspond à un cahier des charges, traduit sous la forme du modèle numérique à atteindre $H = \frac{H_N(z)}{H_D^+(z)}$

Étude en régulation

On peut donc en déduire l'expression de l'identité de Bezout :

$$A(z)S(z) + z^{-d}B(z)R(z) = H_d^+(z)$$

Cette équation permet de fixer les degrés des polynômes R et S (coefficient l), et de calculer leur expression numérique, en identifiant les termes de même degré en z :

$$l = \max(n, m + d) - 1$$

(n : ordre de $A(z)$, m : ordre de $B(z)$, d : retard)

Étude en régulation

Il est alors possible d'écrire les différentes équations du système sous la forme d'un système matriciel :

$$\mathbf{M}\theta = \mathbf{H}_{\mathbf{D}}^{+}$$

avec $\theta = (1, s_1, ..., s_l, r_0, r_1, ..., r_l)^T$ et $\mathbf{H}_{\mathbf{D}}^{+} = (1, h_1, ...,)$

Le vecteur de paramètres θ est obtenu par la relation :

$$\theta = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{H}_{\mathbf{D}}^{+}$$

Étude en poursuite

Fonction de transfert en poursuite :

$$\frac{Y(z)}{Y^c(z)} = \frac{z^{-d}B(z)T(z)}{A(z)S(z) + z^{-d}B(z)R(z)} = \frac{z^{-d}B(z)T(z)}{H_D^+}$$

On cherche à imposer au système un modèle en poursuite, différent de celui fixé en régulation (H_D^+), et défini par $\frac{B_m(z)}{A_m(z)}$.

Donc idéalement $\left(\frac{Y}{Y^c}\right)_{ideal} = \frac{B_m(z)}{A_m(z)}$

Ce type de synthèse est appelée correction à objectifs indépendants.

Il faut imposer le $T(z)$ qui convient.

Idéalement : on devrait imposer $T(z) = \frac{B_m(z)}{A_m(z)} \cdot \frac{H_D^+}{z^{-d}B(z)}$

Étude en poursuite

Donc idéalement $\left(\frac{Y}{Y^c}\right)_{ideal} = \frac{B_m(z)}{A_m(z)}$

$$T(z) = \frac{B_m(z)}{A_m(z)}.H_D^+$$

Malheureusement, le retard pur du système n'est pas compensable et la méthode proposée ici ne compense pas les zéros du système.

Il en résulte que le modèle obtenu approchera le modèle recherché :

$$Y = \frac{B_m(z)z^{-d}B(z)}{A_m(z)}Y^c$$

Étude en poursuite

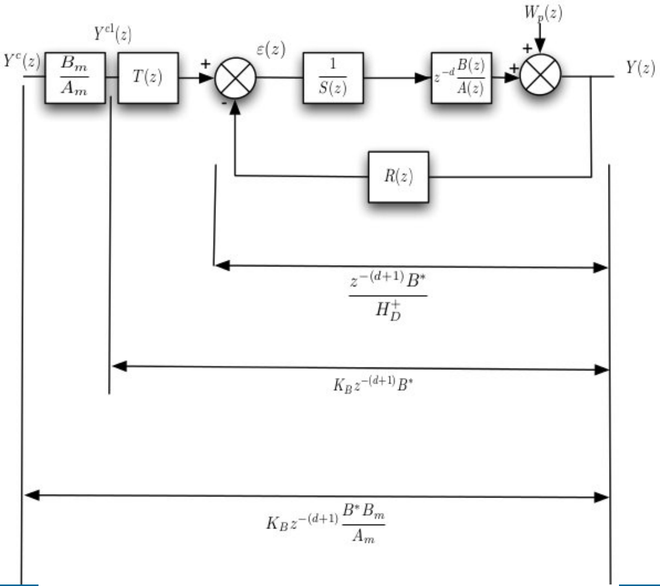
$$Y = k_B z^{-(d+1)} \frac{B_m(z)B^*(z)}{A_m(z)} Y^c$$

avec

$$z^{-1}B^*(z) = B(z) \text{ et } k_B = \frac{1}{B(1)}$$

On choisit

$$T(z) = k_B H_D^+(z)$$


$Y^{c}(z)$
$\frac{B_m}{A_m}$
$Y^{cl}(z)$
$T(z)$
+
-
$\varepsilon(z)$
$\frac{1}{S(z)}$
$z^{-d}\frac{B(z)}{A(z)}$
$W_p(z)$
+
+
$Y(z)$
$R(z)$
$\frac{z^{-(d+1)}B^*}{H_D^+}$
$K_B z^{-(d+1)} B^*$
$K_B z^{-(d+1)} \frac{B^* B_m}{A_m}$

Exemple

On considère le système : $G(p) = \frac{1}{1+5p}$ avec $T_e = 1s$.

On souhaite obtenir des comportements du premier ordre de :

- constante de temps $2s$ en régulation
- constante de temps $3s$ en poursuite.

Exemple

Étapes :

1. Calcul de $G(z)$,
2. Calcul de $H_D^+(z)$ (régulation),
3. Fixer le degré de $R(z)$ et $S(z)$
4. Identité de Bezout : $\rightarrow$ calcul de $R(z)$ et $S(z)$,
5. Calcul de $\frac{B_m(z)}{A_m(z)}$ (poursuite)
6. Calcul de $T(z)$

Calcul de $G(z)$

$$G(p) = \frac{1}{1+5p} \text{ avec } T_e = 1s$$

$$G(z) = \frac{1-a}{z-a}$$

$$\text{avec } a = e^{-\frac{T_e}{\tau}} = 0.82$$

$$G(z) = z^{-1}\frac{1-a}{1-az^{-1}}$$

Calcul de $H_D^+(z)$

$$F_{reg}(p) = \frac{1}{1+2p} \text{ avec } T_e = 1s$$

$$H(z) = \frac{1-a_r}{z-a_r}$$

$$\text{avec } a_r = e^{-\frac{T_e}{\tau r}} = 0.61$$

$$H_D^+(z) = 1 - a_r z^{-1}$$

Fixer le degré de $R(z)$ et $S(z)$

l : degré de $R(z)$ et $S(z)$

$$l = \max(\text{degré de } A(z), \text{degré de } B(z) + d) - 1$$

$$G(z) = \frac{(1-a)z^{-1}}{1-az^{-1}} = z^{-d}\frac{B(z)}{A(z)}$$

$$d = 0, \quad B(z) = (1-a)z^{-1} \quad \text{et} \quad A(z) = 1 - az^{-1}$$

$$l = 0$$

Identité de Bezout : $\rightarrow$ calcul de $R(z)$ et $S(z)$

$$A(z)S(z) + z^{-d}B(z)R(z) = H_D^+(z)$$

$$S(z) = 1 \qquad R(z) = r_0$$

$$(1 - az^{-1}) + z^{-1}(1-a)r_0 = 1 - a_r z^{-1}$$

$$1 - (a - (1-a)r_0)z^{-1} = 1 - a_r z^{-1}$$

$$r_0 = -\frac{a_r - a}{1 - a} = 1.17$$

Calcul de $\frac{B_m(z)}{A_m(z)}$

$$F_p(p) = \frac{1}{1+3p} \text{ avec } T_e = 1s$$

$$H_p(z) = \frac{1 - a_p}{z - a_p}$$

$$\text{avec } a_p = e^{-\frac{T_e}{\tau_p}} = 0.72$$

$$A_m(z) = 1 - a_p z^{-1}$$

$$B_m(z) = (1 - a_p) z^{-1}$$

Calcul de $T(z)$

$$T(z) = K_B H_D^+(z)$$

$$T(z) = \frac{H_D^+(z)}{B(1)}$$

$$T(z) = \frac{1 - a_r z^{-1}}{1 - a}$$

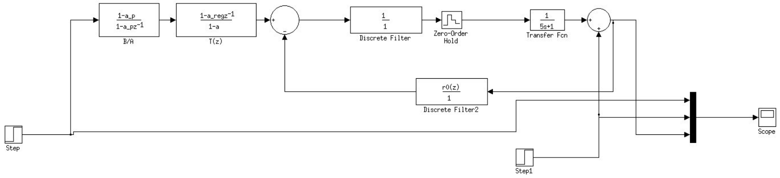
Calcul exact de $\frac{Y}{Y^c}$

$$Y = k_B z^{-(d+1)} \frac{B_m(z) B^*(z)}{A_m(z)} Y^c$$

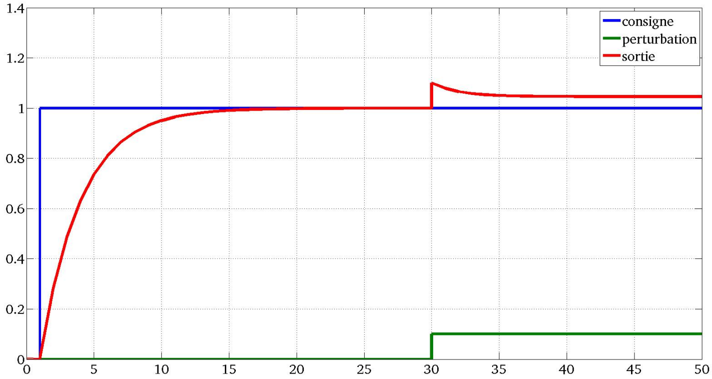
$$Y = \frac{1}{1-a} z^{-1} \frac{(1-a_p)(1-a)}{(1-a_p z^{-1})} Y^c$$

$$Y = z^{-1} \frac{(1-a_p)}{(1-a_p z^{-1})} Y^c$$

Simulation


1-a_p
1-a_pz-1
B/A
1-a_regz-1
1-a
T(z)
1
1
Discrete Filter
Zero-Order Hold
1
5s+1
Transfer Fcn
r0(z)
1
Discrete Filter2
Step
Step1
Scope

Résultat


consigne
perturbation
sortie
1.4
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
0
5
10
15
20
25
30
35
40
45
50