Détermination de l’amplitude et de la vitesse d’un dispositif

# Modélisation



# Approximation

* Les tiges sont de masses négligeables,
* Les frottements sont négligeables,
* Le flambage de la planche permet quand même de garder un bout de planche droit et pas un arc de cercle,
* Régime permanent.

# Équation différentielle de la planche

## Modélisation

On considère la partie gauche du schéma en supposant que la partie droite est équivalente à une force excitatrice sinusoïdale.

Comme il n’y a pas d’allongement selon l’axe , cela signifie que les forces s’annulent selon cet axe et nous ne nous intéresserons donc qu’à l’axe .

Le moteur est considéré de masse .

## Couple résistif

On considère que le fait que la planche revienne dans sa position initiale est dû à un couple résistif du matériau même :

Avec K : la réaction de la planche qui dépend de (N.m/rad).

Pour déterminer K :

* Déposer une masse précise sur le bout de la planche,
* Mesurer l’angle entre l’horizontal et la planche,
* Calculer :
* Calculer : ,
* Tracer .

🡪 Si l’équation est linéaire : retrouver la pente pour retrouver le K qui est une constante

🡪 Sinon, retrouver l’équation qui donne le K qui n’est pas constant en fonction du temps.

Le poids selon l’axe est :

Donc, la force correspondant au couple est, selon l’axe : .

## Principe fondamental de la dynamique

Forces extérieures s’exerçant au niveau du moteur (point P) :

* Poids : ,
* Force résistive (qui fait que la planche chercher à revenir à sa position initiale) : ,
* Force excitatrice : .

Selon l’axe :

Avec : l’amplitude du signal d’excitation

En divisant par la masse et la longueur :

On considère que les amplitudes sont assez petites pour considérer que :

L’amplitude de la force excitatrice est en fait la force reliée au couple du moteur :

*.*

## Résolution de l’équation différentielle

L’équation différentielle est du second ordre.

Dans le référentiel 1, la position et donc l’amplitude est obtenue grâce à la résolution de l’équation différentielle qui donne dans le référentiel 1.

A FAIRE AVEC UN LOGICIEL TYPE OCTAVE CAR DIFFICILE.

Il faut ensuite ramener dans le référentiel 0 :

## Vitesse

La vitesse du point P est elle aussi dans le référentiel 1.

La vitesse angulaire du point P est la dérivée de la position donc : .

La vitesse linéaire du point P est obtenue à partie de l’angulaire : .

Pour se ramener dans le référentiel 0 :

Or, en faisant les projetés orthogonaux du référentiel 1 sur 0 :

Donc :

Pour obtenir la norme de la vitesse du point P :

# Position et vitesse de la masse

La masse est placée grâce au moteur à la position :

Or, en faisant les projetés orthogonaux du référentiel 1 sur 0 :

La position du point Q par rapport au référentiel 0 est donc :

La position est donc à décomposer selon les axes et .

La vitesse du point Q s’en déduit donc :

La vitesse est donc à décomposer selon les axes et .