

# Travaux Pratiques Automatique (AURO2)

Polytech Clermont Ferrand

Génie Électrique 3ème année et Génie Physique 4ème année

## 1 Objectifs

L'objectif des TPs est de vous permettre une meilleure compréhension de la matière concernée. Ils doivent aussi être l'occasion de développer votre esprit critique ainsi que votre autonomie. Les TPs porteront sur :

- TP0 : Représentation des fonctions de transfert continues et discrètes
- TP1 : Correction d'un système continu d'ordre 1.
- TP2 : Régulation de position par correcteur P et PD.
- TP3 : Régulation d'un système non linéaire.
- TP4 : Régulation de système dans le plan de Black.
- TP5 : Régulation numérique en position (méthode polynomiale).

Les étudiants de GE3 feront les TP0, 2, 3 et 5, les étudiants de GP4 feront tous les TPs.

## 2 Déroulement

Les TPs se feront par binôme. Le choix des binômes est laissé libre aux étudiants et devra être effectué avant la première séance de TP. Les séances se dérouleront suivant le principe des TPs tournants (3 TPs pour les étudiants de Génie Électrique, 5TPs pour les étudiants de Génie Physiques). Le choix du premier TP est aussi laissé aux étudiants. Afin de faciliter le déroulement des TPs il est préférable que les binômes effectuant le même TP soit de niveau équivalent. Le nombre de postes étant suffisant, il sera préférable d'éviter les trinômes. Les binômes ne sont pas forcément figés entre les séances (en particulier dans le cas d'un étudiant isolé).

Les TPs se feront en utilisant la toolbox Simulink de Matlab. Les étudiants doivent suivre le tutoriel disponible pour savoir effectuer quelques simulations de bases avec ce logiciel.

**note : Le TP0 devra être effectué avant la première séance de TP avec un compte rendu par étudiant.**

### 3 Consignes

Les TPs doivent être préparés afin d'éviter de passer trop de temps pour les calculs durant les séances. Il est fortement recommandé de lire l'intégralité du TP (pas uniquement la partie préparation) afin d'avoir un bon aperçu du travail demandé. Un compte rendu sera à rendre à la fin de chaque séance (un par binôme). Le compte rendu devra être rédigé à la main. En cas de manque de temps, il pourra éventuellement être complété avant la prochaine séance. Les courbes doivent être reportées et **correctement annotées**. Le compte rendu devra comporter :

- Le nom et prénoms des personnes du binôme ainsi que la date du TP.
- **Une introduction** contenant les objectifs du TP,
- **La partie préparation** qui devra répondre aux questions posées dans le sujet et anticiper les résultats et phénomènes de la partie pratique. Dans cette partie il est recommandé de conserver les calculs sous une forme formelle,
- **La partie manipulation** qui devra évidemment comporter les valeurs numériques obtenues lors de la séance mais surtout devra mettre en évidence ce que les étudiants auront observés, analysés et compris lors de la séance. En cas d'erreur pendant le TP, il est fortement conseillé d'expliquer dans le compte rendu les erreurs comises, comment vous les avez détectées et corrigées (l'erreur est formatrice),
- **Une conclusion** qui devra mettre en évidence les compétences acquises lors du TP, les problèmes rencontrés ainsi que les méthodes utilisées pour détecter les problèmes et les résoudre.

La mise en avant de la compréhension sera dominante lors de la notation du compte rendu. Un compte rendu où toutes les valeurs numériques sont correctes mais sans aucun commentaire n'a aucun intérêt, car il ne témoigne pas de la compréhension des effets vus pendant la séance de TP.

Durant les séances l'encadrant est présent pour répondre aux questions de fond. Pour les questions type : "*Comment on fait ..... sous Matlab*" l'étudiant sera invité à faire preuve d'autonomie en cherchant sur internet, dans la documentation du logiciel ou en demandant ponctuellement aux autres étudiants. Dans le cas contraire les réponses "*Google is your friend*" ou "*RTFM*" lui seront probablement données. Cependant, en cas de problème persistant, l'encadrant pourra et devra être (re-)sollicité pour ne pas perdre trop de temps.

# TP 0 : Représentation des fonctions de transfert continues et discrètes

## 1 Introduction

Le but de ce TP est de se familiariser avec le logiciel Matlab ainsi que sa *Toolbox* Simulink (cf annexe correspondante). Nous étudierons les réponses indicielles des systèmes continus et discrets et verrons comment discrétiser un système continu. Un tutoriel de Matlab Simulink est disponible à la fin du document.

## 2 Préparation

### 2.1 Réponse indicielle des systèmes continus

On suppose un système modélisé par une fonction de transfert du type :

$$G(p) = \frac{K_0}{(1 + \tau p)}$$

1. A quoi correspond  $K_0$  et  $\tau$  ?

Dans le cas d'une réponse indicielle (entrée : échelon unitaire) :

2. Donner la valeur finale de la sortie.
3. Donner la valeur au bout d'un temps égal à  $\tau$ .

Soit deux systèmes :  $G_1(p) = \frac{K_1}{1 + \tau_1 p}$  et  $G_2(p) = \frac{K_2}{1 + \tau_2 p}$  :

4. Quelle est la condition entre  $\tau_1$  et  $\tau_2$  pour le système défini par  $G_1(p)$  soit considéré comme plus rapide par rapport au système défini par  $G_2(p)$ .

On considère un système de fonction de transfert  $G_3(p) = G_1(p) \times G_2(p) = \frac{K_3}{1 + \frac{2\xi}{\omega_n} p + \frac{p^2}{\omega_n^2}}$

5. Expliquer les notations  $K_3$ ,  $\xi$  et  $\omega_n$ .
6. Calculer les valeurs de  $K_3$ ,  $\xi$  et  $\omega_n$  en fonction de  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $\tau_1$  et  $\tau_2$ .
7. A quelle condition sur  $K_3$ ,  $\xi$  et  $\omega_n$  la réponse indicielle de  $G_3$  présentera un dépassement ?
8. A quelle condition sur  $\tau_1$  et  $\tau_2$  la réponse indicielle de  $G_3$  présentera un dépassement ?

### 2.2 Réponse fréquentielle d'un système continu

9. Donner le bode asymptotique du système  $G_3(p)$  avec  $\tau_2 > \tau_1$ .

### 2.3 Réponse indicielle des systèmes discrets

On considérera une période d'échantillonnage  $T_e = 0.5s$ .

10. Calculer les transmittances  $T_1(z)$  et  $T_2(z)$  des systèmes  $G_1$  et  $G_2$ .
11. Calculer la transmittance  $T_3(z)$  à partir de  $G_3(p)$  calculée à la question 6.
12. Calculer le produit de  $T_4(z) = T_1(z) \times T_2(z)$  et le comparer à  $T_3(z)$ .
13. Calculer les cinq premiers échantillons d'une réponse indicielle pour  $T_3(z)$  et  $T_4(z)$ .

## 3 Simulation

### 3.1 Script Matlab

14. En utilisant les fonctions *tf* et *step*, afficher la réponse indicielle des systèmes  $G_1$  et  $G_2$  pour  $K_1 = 1$ ,  $K_2 = 2$ ,  $\tau_1 = 1$  et  $\tau_2 = 0.5$ .
15. Quel système est le plus rapide (expliquez) ?
16. Afficher la réponse indicielle du système défini par  $G_3 = G_1 \times G_2$ . D'après la courbe, quel est l'ordre du système obtenu ?
17. Afficher le diagramme de Bode des systèmes définis par  $G_1$  et  $G_2$ .
18. Afficher le diagramme de Black (fonction "*nichols*" de Matlab) des systèmes définis par  $G_1$  et  $G_2$  et commenter.
19. Modifier la valeur de  $\tau_2 = 0.005$ , quel est l'ordre apparent de la réponse indicielle du système  $G_3$  ?
20. En utilisant la fonction *c2d* vérifier les calculs de  $T_1(z)$ ,  $T_2(z)$  et  $T_3(z)$ .

### 3.2 Simulink

Dans cette partie, on considère, à nouveau,  $\tau_2 = 0.5$ , sous Simulink :

21. Valider le calcul de  $G_3$  en comparant les réponses de  $G_3$  et de  $G_1$  en cascade avec  $G_2$ . (pour afficher deux courbes sur le même *scope* on utilisera un *Mux* présent dans *Signal Routing*)
22. En mettant un signal sinusoïdal de fréquence variable en entrée, expliquer comment relever le gain et le déphasage. Relever quelques points permettant de tracer un Bode "expérimental".
23. Valider le calcul de  $T_1(z)$ ,  $T_2(z)$  et  $T_3(z)$ . Pour cela vous prendrez les blocs de fonction de transfert continu en mettant un bloqueur d'ordre 0 en amont et vous comparez cette réponse avec celle des blocs de fonction de transfert discret.
24. On affichera la réponse du système  $G_3$  précédé d'un bloqueur et des systèmes définis par  $T_3(z)$  et  $T_4(z)$  afin d'en déduire la transmittance équivalente au système  $G_1$  et  $G_2$  en cascade.

# TP 1 : Correction d'un système Continu d'ordre 1

## 1 Introduction

Le but de ce TP est d'étudier l'asservissement d'un système de premier ordre. La première partie concerne l'identification du système. La deuxième partie aborde l'étude du système en boucle fermée. Dans la troisième partie, l'effet d'un correcteur proportionnel est analysé. Dans la dernière partie, vous devez concevoir un correcteur Proportionnel Intégral (PI) et étudier son effet sur le système du premier ordre.

## 2 Préparation

### 2.1 Identification du système

1. Quelle est la forme standard d'un système du premier ordre ? Expliciter tous les termes.
2. Quelles méthodes expérimentales connaissez vous pour identifier un système d'ordre 1 ?
3. Rappeler le principe d'identification d'un système d'ordre 1 à partir d'un essai indiciel.
4. Sur un diagramme de Bode quelles sont les caractéristiques d'un système d'ordre 1 ?

### 2.2 Étude du système asservi

5. Faire le schéma du système asservi (retour unitaire et sans correcteur)
6. Que devient un système d'ordre 1 en boucle fermée ?
7. On effectue un essai à un échelon du système asservi. Quelles sont les nouvelles performances du système obtenu par rapport à celles du système en boucle ouverte (temps de réponse, gain statique ?) .
8. Donner l'expression de l'erreur statique d'ordre 1 du système asservi.

### 2.3 Étude d'un correcteur Proportionnel

9. Faire le schéma du système asservi (retour unitaire et correcteur  $C(p) = K_p$ )
10. On souhaite diminuer l'erreur statique d'un facteur 2. Calculer l'expression du gain proportionnel à régler en fonction du gain statique du système.
11. Quelle est la valeur de  $K_p$  si on souhaite un temps de réponse  $2\times$ ,  $3\times$  et  $5\times$  plus rapide que le système en boucle ouverte ? (Il est important d'observer également la commande du système.)

### 2.4 Étude d'un correcteur Proportionnel Intégral (PI)

On place maintenant un correcteur Proportionnel Intégral (PI) dans la boucle de régulation :

$$C(p) = K_c \left( 1 + \frac{1}{\tau_i p} \right)$$

12. En utilisant la méthode de compensation de pôles ( $\tau_i = \tau$ ), calculer l'expression de la fonction de transfert du système corrigé (en boucle fermée).
13. En déduire l'expression de  $K_c$  qui conduit à un temps de réponse égal à la moitié du temps de réponse du système en boucle ouverte.
14. Calculer l'erreur statique d'ordre 1.

## 3 Manipulation

### 3.1 Identification du système

On considère que le système étudié est linéaire dans une plage de variation entre -12V et +12V.

15. Effectuez l'identification du système à partir d'un essai à un échelon. Ce dernier sera généré à partir d'un signal carré (-2V+2V) réglé à une fréquence suffisamment faible pour observer le temps de réponse du système.
16. Faire le relevé du diagramme de Bode du système réel en expliquant la procédure utilisée pour la mesure du gain et de la phase.

### 3.2 Étude du système asservi

17. Réaliser l'asservissement à l'aide du bloc comparateur (sans gain proportionnel) présent sur la platine et comparer les performances du système obtenu à celles du système en boucle ouverte (essai avec un échelon).
18. Les mesures effectuées correspondent-elles aux calculs théoriques?

### 3.3 Étude d'un correcteur proportionnel

19. Utiliser le bloc proportionnel pour régler la valeur du correcteur désiré. Vérifier que le système se comporte comme prévu en relevant son comportement devant une consigne de type échelon.
20. Visualiser le signal de commande (à la sortie du correcteur) et déterminer l'amplitude du signal d'entrée amenant à la limite de la saturation dans ce cas.
21. Modifier la valeur de  $K_p$  pour obtenir un temps de réponse  $2\times$ ,  $5\times$  et  $10\times$  plus rapide.

### 3.4 Étude d'un correcteur Proportionnel Intégral (PI)

Cette partie se fera en simulation sous le logiciel Matlab avec la ToolBox Simulink. Ne pas oublier de mettre la saturation de la commande à -12V et +12V. Préalablement, il est conseillé d'effectuer la simulation du système en boucle ouverte afin de s'assurer que les différents blocs sont bien renseignés.

22. Effectuer les tests permettant de valider les performances (temps de réponse) demandées dans la préparation.
23. Que devient l'erreur statique si le système possède un gain statique légèrement différent?
24. Que devient l'erreur statique si le système possède une constante de temps légèrement différente?
25. Que devient l'erreur statique si on ajoute une perturbation en sortie du système?
26. Que devient l'erreur statique si on ajoute une perturbation en entrée du système?

# TP 2 : Régulation de position avec une action proportionnelle et proportionnelle dérivée

## 1 Introduction

L'objectif de ce TP est de définir un modèle de comportement d'un moteur à courant continu grâce à un certain nombre d'essais expérimentaux. Ces derniers permettront également de déterminer les lois de commande à appliquer au moteur pour atteindre le cahier des charges imposé.

## 2 Préparation

### 2.1 Identification du système en boucle ouverte

1. Rappeler l'équation fondamentale de la dynamique, pour un système en rotation à un degré de liberté. On notera  $\Omega_m$  la vitesse de rotation de l'arbre moteur exprimée en  $[rad/s]$  et  $N$  cette même vitesse en  $[tr/min]$ .
2. Grâce à l'application de la transformée de Laplace aux différentes composants du système, donner les différentes fonctions de transfert élémentaires afin de compléter le schéma bloc de la Figure 1.

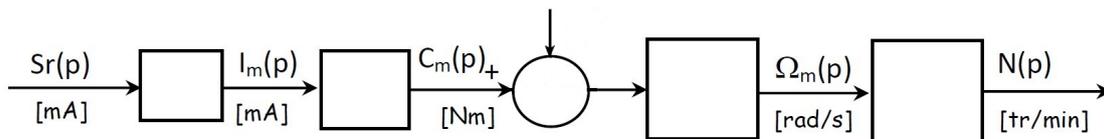


FIGURE 1 – Schéma bloc du moteur à courant continu

3. Exprimer alors la vitesse  $N$  en fonction de  $S_r$ .
4. Dans le cas où le frottement sec est parfaitement compensé, exprimer la fonction de transfert  $\frac{N(p)}{S_r(p)}$  sous la forme d'un premier ordre. Où  $\tau_m$  correspond à la "constante de temps mécanique" exprimée en  $[s]$  et  $\alpha$  son gain statique.
5. Rappeler l'unité de  $\alpha$ .

### 2.2 Étude d'une régulation de position avec correcteur proportionnel

Dans cette partie du TP, la sortie du correcteur  $S_r$  a pour expression  $S_r(t) = K\varepsilon(t)$  où  $\varepsilon(t)$  est le signal d'erreur. Le signal de mesure  $M$  a pour expression  $m(t) = \mu\theta(t)$  où  $\mu$  est le coefficient de transfert du capteur de position. Si on choisit comme unité de  $C$ ,  $M$  et  $\varepsilon$  la même que celle de la position ( $\theta$  en  $^\circ$ ), on aura donc  $\mu = 1$  (Capteur à coefficient de transfert unitaire). Si le frottement sec est compensé, on peut admettre le schéma bloc en boucle fermée, comme présenté sur la Figure 2

6. Exprimer la fonction de transfert :  $\frac{\theta(p)}{N(p)}$ .
7. Exprimer la fonction de transfert en boucle fermée  $F(p) = \frac{\theta(p)}{\theta_d(p)}$ .
8. Mettre  $F(p)$  sous la forme standard d'un système du deuxième ordre avec  $K_F$  est le coefficient de transfert en boucle fermée,  $\xi_F$  est le coefficient d'amortissement boucle fermée et  $\omega_F$  est la pulsation propre en boucle fermée en  $rad/s$ .

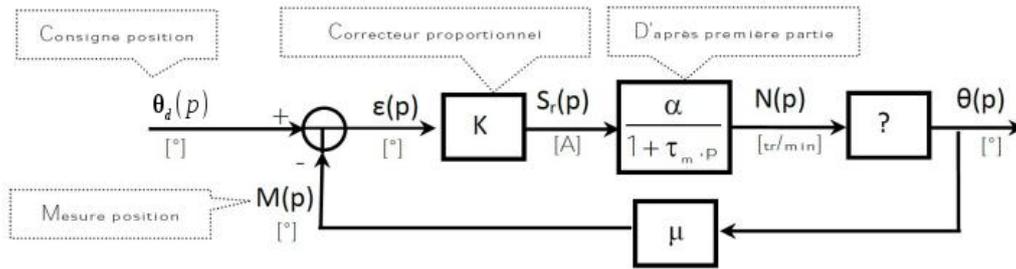


FIGURE 2 – Schéma bloc de l'asservissement du moteur à courant continu via un correcteur proportionnel

9. Exprimer le gain du correcteur  $K$  en fonction de  $\xi_F, \omega_F, \tau_m$  et  $\alpha$
10. Exprimer l'erreur statique de position.

### 2.3 Régulation de position avec correcteur Proportionnel Dérivé (PD)

Maintenant nous considérons le système en boucle fermée avec un correcteur proportionnel dérivé à la place du correcteur proportionnel. La sortie du régulateur  $S_r$  est donnée par l'expression  $S_r = K \left( \varepsilon + T_d \frac{d\varepsilon}{dt} \right)$ .

Dans notre application, l'action de correction dérivée sera filtrée afin d'amortir les impulsions en régime transitoire, soit la fonction de correction envisagée :

$$C(p) = \frac{S_r(p)}{\varepsilon(p)} = K \left( 1 + \frac{T_d p}{1 + (T_d/\gamma)p} \right) = K \left( \frac{1 + T_d(1 + 1/\gamma)p}{1 + (T_d/\gamma)p} \right)$$

Si on choisit  $\gamma = 8$  et  $T_d(1 + 1/\gamma) = \tau_m$ .

11. Déterminer la valeur de  $T_d$  d'après la valeur de  $\tau_m$ .
12. Exprimer la fonction de transfert du système en boucle fermée.
13. Exprimer le gain proportionnel  $K$  du correcteur en fonction de  $\tau_m$  si on souhaite obtenir  $\xi_F = 0.5$ .

## 3 Manipulation

Les expérimentations se feront en utilisant le logiciel Didalab. On suivra les consignes données en annexe pour configurer le logiciel.

### 3.1 Identification du système en boucle ouverte

14. Pour les deux valeurs de  $C_{fs} = \{0; -5.10\} mN.m$ , relever la courbe en régime permanent  $N = f(S_r)$  ( $a = 2.5 \mu N.m / (tr/min)$ ).
15. En déduire à quoi correspond la valeur de  $C_{fs}$ .
16. Représenter son effet sur le schéma synoptique de la Figure 1.
17. Afin de déterminer les valeurs de  $\tau_m$  et  $\alpha$ , nous ferons un essai avec un signal d'entrée de la forme échelon partant  $150mA$  jusqu'à  $200mA$ . Expliquer pourquoi ce choix est judicieux.

18. Relever les valeurs de  $\tau_m$  et  $\alpha$ .
19. En déduire la valeur de l'inertie globale (notée  $J$  et exprimée en  $\text{Kg.m}^2$ ) au niveau de l'arbre moteur.

### 3.2 Régulation de position avec correcteur proportionnel

Partant d'un état de repos de  $0^\circ$ , on souhaite appliquer un échelon de consigne  $C = 500^\circ$  à un instant pris comme origine des temps. Visualiser l'évolution de la position ( $\theta$ ) au cours du temps.

20. Montrer que la réponse temporelle vérifie la loi de comportement prédéterminée.
21. Vérifier expérimentalement l'erreur statique de la régulation.
22. Refaire une série d'essais en faisant varier  $K$  et en regardant l'influence sur la réponse dynamique du système.
23. Conclure sur l'influence du coefficient d'action proportionnelle par rapport au comportement du système.
24. Refaire un essai de recherche de la juste instabilité. (Augmenter  $K$  qui rend le système juste instable  $\rightarrow$  l'amplitude des oscillations ne diminue plus en régime permanent)
25. On relèvera la valeur particulière de  $K$  qui sera noté  $K_{critique}$  et la période des oscillations non amorties.
26. Etudier la stabilité théorique du système et conclure sur le modèle de la fonction de transfert utilisé.

### 3.3 Régulation de position avec correcteur Proportionnel Dérivé (PD)

Partant d'un état de repos de  $0^\circ$ , on souhaite appliquer un échelon de commande constant de valeur  $C = 500^\circ$ . Visualiser l'évolution de la position ( $\theta$ ) au cours du temps.

27. Montrer que la réponse temporelle vérifie la loi de comportement d'un deuxième ordre. On estimera le coefficient d'amortissement (cf. abaques) ainsi que la pulsation propre.
28. Mettre en évidence et calculer l'erreur statique du système.
29. Conclure sur l'action du correcteur Proportionnel Dérivé par rapport au correcteur Proportionnel.

## 4 Annexes

Cette partie rassemble les différentes commandes à faire pour réaliser les essais. Les instructions notées ici proviennent d'une ancienne version du TP. Il est possible qu'il faille les modifier en accord avec le sujet actuel.

### 4.1 Configuration et conditions de l'essai en boucle ouverte

1. Configurer le système en boucle ouverte : Choisir  $\rightarrow$  Mode commande  $\rightarrow$  Boucle Ouverte.
2. Configurer l'interface de puissance en "Commande Courant" : Choisir  $\rightarrow$  Interface de puissance  $\rightarrow$  Commande courant.
3. Définir les paramètres de la caractéristique de couple : Cliquer sur le bloc "Commande Charge" et activer "Couple de frottement sec" et celui des frottements visqueux "a". Mettre  $Cfs = -5.10mN.m$  et  $a = 2.5\mu.N.m/(tr/min)$ .

4. Choisir l'unité de la sortie régulateur ( $S_r$ ) : Choisir  $\rightarrow$  Unités  $\rightarrow$  Sortie régulateur  $\rightarrow$  Unité I.P. (Interface de Puissance).
5. Définir la valeur de l'échelon constant à 200 mA avec un temps de retard de l'échelon égal à  $t_r = 0,1s$ .
6. Veiller à être en mode stop avec interrupteur de sortie fermé.
7. Sélectionner les points d'enregistrement  $MNm$  et  $S_r$  en cliquant avec le bouton gauche de la souris sur les points de mesure.
8. Appliquer l'échelon en cliquant sur le commutateur d'application de l'échelon.
9. Tracer le réponse temporelle en cliquant sur le bouton représentant une réponse indicelle d'un second ordre.
10. On peut connaître les coordonnées d'un point sur le tracé de la réponse temporelle en positionnant une "Sonde". Pour cela "Cliquer/glisser" depuis le point vers l'endroit où on souhaite positionner la sonde.

## 4.2 Configuration et conditions de l'essai en boucle fermée

1. Configurer le système en boucle fermée avec un correcteur PID : Choisir  $\rightarrow$  Mode commande  $\rightarrow$  Boucle Fermée  $\rightarrow$  PID Position.
2. Configurer l'interface de puissance en "Commande Courant" : Choisir  $\rightarrow$  Interface de puissance  $\rightarrow$  Commande Courant.
3. Définir les paramètres de la caractéristique de couple : Cliquer sur le bloc "Commande Charge" et activer "Couple de frottement sec" et celui des frottements visqueux "a". Mettre  $C_{fs} = -5.10mN.m$  et  $a = 2.5\mu.N.m/(tr/min)$ .
4. Choisir les unités des signaux d'entrée régulateur ( $C, M$  et  $\varepsilon$ ).
5. Choisir  $\rightarrow$  Unités  $\rightarrow$  Consigne/Mesure/Ecart  $\rightarrow$  Unité partie opérative.
6. Choisir l'unité de la sortie régulateur ( $S_r$ ).
7. Choisir  $\rightarrow$  Unités  $\rightarrow$  Sortie régulateur  $\rightarrow$  Unité I.P. (Interface de Puissance).
8. Définir la valeur de repos de la consigne à 0.
9. Définir la valeur de l'échelon constant à 500 ° avec un retard de 0,1s.
10. Vérifier que les coefficients  $K_1$  et  $K_2$  sont réglés correctement.
11. Veiller à être en mode avec l'interrupteur de sortie fermé.
12. Attendre la stabilisation du disque et faire un "RAZ" de la mesure et vérifier que  $M\theta_m$  (cf.Figure 3) est bien passée à 0.
13. Appliquer l'échelon en "cliquant" sur le commutateur d'application de l'échelon.
14. Sélectionner les points d'enregistrement  $M\theta_m$  et  $C$  en "Cliquant gauche" dessus.
15. Tracer le réponse la temporelle en "Cliquant" sur le bouton .
16. Déterminer le dépassement, le temps de réponse à 5%.

Pour tracer les enregistrements sur un même graphe il faut utiliser le bouton représentant une réponse indicelle et un 'C' et charger les essais en faisant "Fichier  $\rightarrow$  Ouvrir".

# TP3 : Régulation d'un système non linéaire

## 1 Introduction

Le but de ce TP est d'étudier la régulation de niveau d'une cuve. La cuve est un système non linéaire, auquel nous appliquerons des méthodes dédiées aux systèmes linéaires. La première étape portera sur l'identification du modèle de la cuve, puis sur la régulation du niveau d'eau grâce à des correcteurs de type Proportionnel (P) et Proportionnel Intégral (P.I.).

## 2 Préparation

Le système est constitué d'un réservoir cylindrique de section  $A$ , d'une pompe électrique assurant un débit  $Q_e$  et deux vannes d'évacuation reliant les trous d'évacuation de Surface  $S_n$  à un réservoir de récupération. La vanne d'évacuation  $V_1$  correspond au débit normal de sortie  $Q_s$ . La seconde vanne  $V_2$  sert à simuler les perturbations. L'objectif est de contrôler la hauteur du niveau d'eau noté  $h$ . Le débit de sortie  $Q_s$  est une fonction :  $Q_s = aS_n\sqrt{2gh}$  où  $g$  est la constante d'accélération due à la gravité terrestre et  $a$  le coefficient de débit variant entre 0 et 1 (vanne plus ou moins fermée).

### 2.1 Modélisation

1. Montrer que l'équation  $\frac{dh}{dt} = \frac{q_e}{A} - a\frac{S_n}{A}\sqrt{2gh}$  convient pour modéliser le système.
2. Linéariser autour de la hauteur nominale  $h_0$  : les petites variations autour du point de fonctionnement seront appelées  $\tilde{q}$  et  $\tilde{h}$ .
3. Montrer que la fonction de transfert s'écrit :  $G(p) = \frac{K}{1+\tau p}$ . Déterminer  $K$  et  $\tau$  en fonction des paramètres de la cuve et de la hauteur nominale  $h_0$ .

Dans la suite de la préparation, la colonne d'eau sera modélisée par la fonction de transfert qui s'écrit :  $G(p) = \frac{K}{1+\tau p}$ .

### 2.2 Correcteur Proportionnel

Dans cette partie, nous considérons un correcteur proportionnel  $C(p) = K_p$  afin de réguler le niveau de la colonne d'eau.

4. Faire le schéma du système asservi.
5. Donner la fonction de transfert du système asservi.
6. Établir les coefficients de la forme standard par rapport à  $K$  et  $\tau$ .

### 2.3 Correcteur Proportionnel Intégral (PI)

Dans cette partie, nous considérons un correcteur proportionnel intégral  $C(p) = K_i \left(1 + \frac{1}{\tau_i p}\right)$  afin de réguler le niveau de la colonne d'eau. Afin de faire la compensation de pôles, on posera  $\tau = \tau_i$ .

7. Donner la fonction de transfert du système asservi.
8. Établir les coefficients de la forme standard par rapport à  $K_i$ .

### 3 Manipulation

Le système utilisé est une colonne d'eau disposant d'une pompe et d'une sortie d'évacuation. Une deuxième sortie connectée à une deuxième colonne sera utilisée pour simuler des perturbations. Lors des différentes expériences, il est préférable d'attendre que la colonne d'eau revienne à son état initial. Lors des différentes manipulations, il est conseillé de visualiser à la fois le signal d'entrée imposé et le signal réel imposé à l'entrée du système en plus du signal de sortie.

**Attention :** La maquette ne dispose pas de sécurité évitant le débordement de la cuve.

#### 3.1 Description de la maquette

9. Décrire la maquette.
10. Définir ce qu'est un actionneur réversible et un actionneur symétrique.
11. Quel est l'actionneur de la maquette ? Est-il réversible ? Est-il symétrique ?
12. Qu'est ce que cela implique ?

#### 3.2 Identification

13. La hauteur du niveau d'eau est donnée via un capteur de pression délivrant une tension liée à la hauteur d'eau. Déterminer l'équation (en régime statique) reliant ces deux valeurs. Pour ce cas uniquement, vous pourrez passer en mode manuel et fermer les deux vannes d'évacuation.
14. Remplir le bloc polynomial avec les bons coefficients.
15. Relever la réponse indicielle du système (temps du relevé : 300s). Correspond-elle à la réponse d'un système du premier ordre ?

Par la suite les expérimentations<sup>1</sup> se feront sur des signaux de type échelon passant de leur valeur initiale à leur finale au bout de 100s pour une durée totale de 200s. Il est fortement recommandé d'amener manuellement la colonne d'eau entre 90 et 100 % de la hauteur de consigne.

16. Afin de diminuer la durée des manipulations, nous allons faire un relevé en boucle fermée ( $C(p) = 1$ ). Relever les trois réponses pour des consignes passant de 10 à 12 cm, 25 à 27 cm puis 40 à 42 cm .
17. Discuter de l'intérêt d'attendre avant le changement de valeur de la consigne.
18. Faire l'identification du gain statique et de la constante de temps dans les 3 cas.
19. En déduire la valeur en boucle ouverte à partir des résultats de la préparation.

#### 3.3 Correcteur Proportionnel $C(p) = K_p$

20. Calculer le coefficient proportionnel pour avoir un temps de réponse de 30 s pour une consigne passant de 10 cm à 12cm.
21. Ré-utiliser les signaux de la question 16 et observer les réactions du système.
22. Observer l'erreur statique.

---

1. Pour les manipulations, on a filtré la mesure car elle est fortement bruitée. Ce filtre n'est actif qu'après 10 secondes

### 3.4 Correcteur Proportionnel Intégral (PI)

Dans cette partie on va utiliser le correcteur proportionnel intégral établi en préparation.

23. Calculer le coefficient proportionnel pour avoir un temps de réponse de 30 s pour une consigne passant de 10 cm à 12cm.
24. Ré-utiliser les signaux de la question 16 et observer les réactions du système.
25. Observer l'erreur statique et le comportement du système en présence d'une perturbation (consigne constante à 25 cm).
26. Etudier le comportement du système quand on met un échelon d'amplitude élevé (par exemple un échelon passant de 10 à 20 cm).

## 4 Annexe : Linéarisation d'un système non linéaire

Cette annexe présente la linéarisation d'un système non linéaire<sup>2</sup>. Nous rappelons que la méthode de linéarisation n'est valable que pour un système faiblement non linéaire. Soit  $S$  un système dynamique linéaire avec une entrée  $u(t)$  et une sortie  $x(t)$  modélisé par l'équation suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) & t > t_0 \\ x(t_0) = x^0 \end{cases}$$

Nous désirons linéariser ce système autour d'un point de fonctionnement stationnaire stable correspondant à  $x^*$  et à la commande  $u^*$ . Si l'état  $x^*$  est un état stable nous avons :

$$\dot{x}^* = 0 \Rightarrow f(x^*, u^*) = 0$$

Définissons les variables  $\tilde{x}$  et  $\tilde{u}$  comme les variations de  $x$  et de  $u$  par rapport à  $x^*$  et  $u^*$  :

$$\begin{aligned} \tilde{x}(t) &= x(t) - x^* \\ \tilde{u}(t) &= u(t) - u^* \end{aligned}$$

En partant de l'égalité

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(x(t), u(t)) = f(x^* + \tilde{x}(t), u^* + \tilde{u}(t))$$

et en utilisant un développement limité de Taylor autour du point  $(x^*, u^*)$ , nous obtenons pour de petites variations  $(\tilde{x}(t), \tilde{u}(t))$  :

$$f(x^* + \tilde{x}(t), u^* + \tilde{u}(t)) = f(x^*, u^*) + \left( \frac{\partial f}{\partial x} \right)_{\substack{x = x^* \\ u = u^*}} \tilde{x}(t) + \left( \frac{\partial f}{\partial u} \right)_{\substack{x = x^* \\ u = u^*}} \tilde{u}(t) + \Theta(\tilde{x}(t), \tilde{u}(t))$$

$\Theta(\tilde{x}(t), \tilde{u}(t))$  correspond à un reste d'ordre 2 qui est négligeable. La fonction  $f(x^*, u^*)$ , égale  $\frac{dx}{dt}$ , est nulle puisqu'elle correspond à un point de fonctionnement stationnaire stable. Le développement de Taylor se réduit à :

$$f(x^* + \tilde{x}(t), u^* + \tilde{u}(t)) \approx \left( \frac{\partial f}{\partial x} \right)_{\substack{x = x^* \\ u = u^*}} \tilde{x}(t) + \left( \frac{\partial f}{\partial u} \right)_{\substack{x = x^* \\ u = u^*}} \tilde{u}(t)$$

Pour un système invariant, les deux dérivées partielles sont des constantes que nous pouvons noter :

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial f}{\partial x} \right)_{\substack{x = x^* \\ u = u^*}} &= a \\ \left( \frac{\partial f}{\partial u} \right)_{\substack{x = x^* \\ u = u^*}} &= b \end{aligned}$$

Ce qui donne la relation suivante :

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(x(t), u(t)) = a\tilde{x}(t) + b\tilde{u}(t)$$

D'autre part nous savons que

$$\frac{d\tilde{x}(t)}{dt} = \frac{d(x(t) - x^*)}{dt} = \frac{dx(t)}{dt} - \frac{dx^*(t)}{dt} = \frac{dx(t)}{dt}$$

Ce qui conduit, pour le système linéarisé  $\tilde{S}$ , au modèle linéaire suivant ;

$$\begin{cases} \frac{d\tilde{x}(t)}{dt} = a\tilde{x}(t) + b\tilde{u}(t) & t > t_0 \\ \tilde{x}(t_0) = x(t_0) - x^* \end{cases}$$

2. Cette annexe a été rédigée à partir du livre "Commande des systèmes dynamiques" par Arnaud Hubert

# TP4 : Régulation d'un système dans le plan de Black.

## 1 Introduction

L'objectif de ce TP est d'effectuer l'asservissement d'un système complexe en utilisant le diagramme de Black et l'abaque de Nichols. Le système présenté sur la figure 1 se décompose en deux parties :

- Un moteur asservi en position (Section 2.1 et 2.2)
- Un plateau orientable sur lequel repose une bille (Section 2.3 et 2.4). L'orientation du plateau étant gérée par l'asservissement en position du moteur.

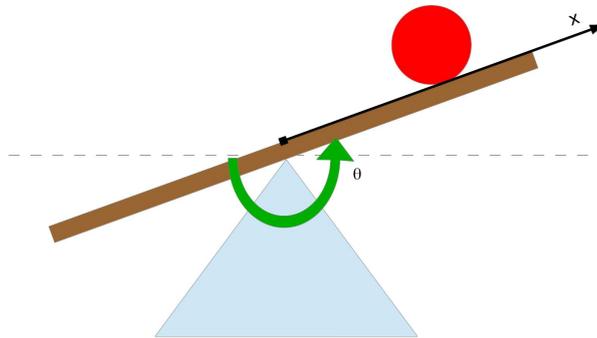


FIGURE 1 – Schéma du système bille + plateau + moteur asservi en position

Ce TP comporte plusieurs asservissements :

- L'asservissement en position du moteur, qu'on appellera l'asservissement local
- L'asservissement en position de la bille qu'on appellera l'asservissement global.

L'asservissement global sera fait en supposant parfait l'asservissement local dans un premier temps. Nous étudierons ensuite l'impact de l'asservissement local sur l'asservissement global.

## 2 Préparation

### 2.1 Modélisation du moteur

Le moteur qui entraîne la table peut être vu comme un système du premier ordre de fonction de transfert

$$\frac{\Omega(p)}{\Gamma(p)} = \frac{K_m}{1 + \tau_m p}$$

avec  $\Gamma(p)$  le couple moteur imposé au système et  $\Omega(p)$  la vitesse articulaire en  $rad/s$ .

1. Donner la fonction de transfert du système en position  $\frac{\theta(p)}{\Gamma(p)}$  avec  $\theta(p)$  la position angulaire du moteur en  $rad$ .
2. Donner le diagramme de bode asymptotique du système.
3. En déduire l'allure du diagramme de Black du système.

## 2.2 Asservissement en position du moteur

Afin de pouvoir contrôler la position du plateau avec de bonnes performances, nous décidons de faire un asservissement de la position du moteur grâce à un correcteur proportionnel  $C_m(p) = K_p$

4. Faire le schéma de l'asservissement,
5. Ecrire la fonction de transfert du système (moteur) en boucle fermée.  $F_m(p) = \frac{\theta(p)}{\theta_d(p)}$  avec  $\theta_d(p)$  la position désirée du moteur.
6. Etudier la stabilité du système asservi avec un correcteur proportionnel à partir de la question 3.
7. Calculer la valeur du gain  $K_p$  pour avoir un dépassement de 10% du système en boucle fermée.

## 2.3 Modélisation du plateau et de la bille

Dans cette partie on s'intéresse uniquement à la modélisation de la position de la bille (on supposera  $F_m(p) = 1$ ). On négligera tous les frottements.

8. Montrer que le système répond à

$$\frac{d^2x}{dt^2} = g \times \sin(\theta)$$

avec  $x$  la position de la bille,  $g = 9.81$  la valeur moyenne de l'accélération due à la pesanteur à la surface de la Terre et  $\theta$  l'orientation du plateau.

9. En utilisant un changement de variable, démontrer que la fonction de transfert peut se mettre sous la forme :

$$G_b(p) = \frac{K_b}{p^2} = \frac{X(p)}{E(p)}$$

10. Expliciter  $K_b$  et expliquer le lien en  $E$  et  $\theta$
11. Donner le diagramme de bode asymptotique du système.
12. En déduire l'allure du diagramme de Black du système.

## 2.4 Asservissement en position de la bille

Cette partie porte sur l'asservissement, qu'on définira comme global, de la position de la bille sur le plateau.

13. Etudier la stabilité du système asservi avec un correcteur proportionnel à partir de la question 12.
14. Quel type de correcteur  $C(p)$  peut rendre le système stable ?
15. Tracer le Bode asymptotique de ce correcteur.
16. Tracer l'effet de ce correcteur dans le plan de Black.

Par la suite nous considérerons un correcteur à avance de phase.

## 2.5 Modélisation du système complet

Le système complet est donc composé d'un asservissement local afin d'obtenir l'orientation du plateau souhaité ainsi qu'un asservissement global qui asservit la position de la bille.

17. Faire le schéma du système complet.
18. Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte en fonction de  $G_b(p)$ ,  $C(p)$  et  $F(p)$
19. Déterminer l'ordre de la fonction de transfert en boucle ouverte (en conservant l'asservissement local de l'orientation du plateau)
20. Déterminer l'ordre de la fonction de transfert en boucle fermée.
21. Peut-on définir les paramètres standards afin de répondre à un cahier des charges donnant temps de montée et dépassement maximal ?

## 3 Manipulation

Dans la partie manipulation, quasiment aucun calcul n'est demandé, l'objectif étant d'appréhender le réglage de correcteur dans le domaine fréquentiel. Pour effectuer ce TP vous devez récupérer les fichiers :

- *TP4\_model.mdl* contient le modèle simulink du système.
- *TP4\_simu.m* permet de régler les paramètres du correcteur et de lancer la simulation (flèche verte)
- *TP4\_visu.m* permet de visualiser le résultat, il faut le lancer après que le fichier *TP4\_simu.m* ait été lancé avec succès.

Vous devez sauvegarder les fichiers dans un répertoire (ne faites pas ouvrir depuis le navigateur internet). Dans le fichier *TP4\_model.mdl* vous avez une boîte simulant le système complet.

**note :** Pour simuler le système complet il faut obligatoirement raccorder *theta\_out* à *theta\_in*.

### 3.1 Modélisation du moteur

Dans cette partie on s'intéresse uniquement au moteur. On considère les valeurs suivantes :  $K_m = 20.0 \text{ rad/s/Nm}$  et  $\tau_m = 0.01 \text{ s}$ . La position du moteur est limitée à des valeurs comprise entre  $-0.2 \text{ rad}$  et  $+0.2 \text{ rad}$

22. En utilisant les fonctions de Matlab tracer le diagramme de bode en boucle ouverte du moteur.

### 3.2 Asservissement en position du moteur

23. Tracer le diagramme de black du système en boucle ouverte. (afficher les abaques de Nichols en visualisant la grille)
24. Quel facteur de résonance doit avoir le système en boucle fermée pour obtenir un dépassement de 10% ?
25. Quel est la valeur de  $K_p$  si on veut un dépassement de % ?
26. Tracer le diagramme de black du système + correcteur proportionnel calculé précédemment.
27. Modifier le fichier *TP4\_model.mdl* et tester le correcteur .
28. Quel est le temps de réponse à 5% ?

### 3.3 Modélisation de la bille

29. En utilisant les fonctions de Matlab tracer le diagramme de bode en boucle ouverte de  $G_b(p)$ .

### 3.4 Asservissement en position de la bille (asservissement local parfait)

Nous allons utiliser un correcteur à avance de phase de fonction de transfert

$$C(p) = K_d \left( \frac{1 + a\tau_d p}{1 + \tau_d p} \right), \quad a > 1$$

30. Tracer le diagramme de black du système  $G_b(p)$  en boucle ouverte.
31. Observer sur le diagramme de Bode (du correcteur seul) l'effet des coefficients  $K_d$ ,  $a$  et  $\tau_d$ <sup>1</sup>
32. Observer sur le diagramme de Black (système + correcteur) l'effet des coefficients  $K_d$ ,  $a$  et  $\tau_d$ <sup>1</sup>
33. Régler les coefficients pour avoir un effet du correcteur sur 1 décade, une marge de phase de 45° et une pulsation de résonance de 10rad/s en boucle fermée.
34. Modifier le fichier *TP4\_model.mdl* pour observer la réponse indicielle et relever le temps de réponse. (Dans ce cas, il faudra uniquement considérer l'entrée *theta\_d\_in* et la sortie *X*

### 3.5 Asservissement en position de la bille (asservissement local réel)

35. Modifier le fichier *TP4\_model.mdl* pour inclure l'asservissement local en position du moteur et observer la réponse indicielle.
36. Observer le diagramme de Black du système en boucle ouverte. Est-ce cohérent avec la question précédente ?
37. Proposer un nouveau réglage de  $C(p)$  pour assurer la stabilité (un effet de correcteur sur deux décades et une marche de phase de 70° devrait suffire)

---

1. Pour cela il serait utile de superposer les graphes pour différentes valeurs d'un seul coefficient

# TP 5 : Régulation numérique en position (méthode polynomiale)

## 1 Introduction

L'objectif de ce TP est d'asservir la vitesse de rotation d'un moteur à courant continu au moyen de correcteurs numériques. Nous proposons, tout d'abord, de partir d'un correcteur P.I. continu et de le discrétiser. Puis, nous considérerons la synthèse d'un correcteur P.I. discret par "*placement de pôles*" dans le domaine discret. Finalement, nous considérerons des correcteurs numériques plus performants que les équivalents discrets des P.I.D. comme le correcteur par méthode polynomiale.

**note :** La partie manipulation s'appuie fortement sur les résultats de la préparation. Il peut être judicieux de valider les calculs en simulation avant la séance.

## 2 Cahier des charges

Tout au long du TP, nous essaierons de satisfaire le cahier des charges suivant :

- Consigne en échelon passant de la valeur 1.5 à 2 (unités de la carte d'acquisition),
- Erreur statique nulle,
- Dépassement quasiment nul,
- Temps de réponse à 5% :  $T_r$  (évoluera durant le TP),
- On choisira une fréquence d'échantillonnage  $T_e$  permettant d'acquérir 10 échantillons du signal de sortie pendant une durée correspondant au temps de réponse de l'asservissement.

Sous Simulink, il est possible d'utiliser des variables qui ont été définie sous Matlab. Il est donc fortement conseillé d'utiliser un script mettant à jour les paramètres du correcteur, afin de pouvoir les faire évoluer rapidement.

## 3 Préparation

### 3.1 Discrétisation d'un correcteur P.I. continu

Nous rappelons que les fonctions de transfert du système et du correcteur sont de la forme

$$G(p) = \frac{K}{1 + \tau p} ; \quad C(p) = K_i \left( 1 + \frac{1}{\tau_i p} \right)$$

On appelle *équivalence à la dérivation*, la relation ci-dessous entre la variable de Laplace  $p$  et la variable discrète  $z$  :

$$p \Leftrightarrow \frac{1 - z^{-1}}{T_e}$$

1. Utiliser cette relation pour convertir le correcteur continu  $C(p)$  en un correcteur discret

$$C(z) = \frac{n_0 + n_1 z^{-1}}{1 - z^{-1}}$$

2. Donner les valeurs de  $n_0$  et  $n_1$  sous une forme littérale dépendant de  $K_i$ ,  $\tau_i$  et  $T_e$ .

### 3.2 Conception d'un correcteur discret par placement de pôles

Dans la section 3.1, nous avons déterminé le correcteur discret à partir d'un correcteur continu. Cependant, il n'est pas obligatoire de partir d'un contrôleur continu. Il est possible de travailler directement dans le domaine discret. On note  $T_r$  le temps de réponse à 5% que l'on souhaite obtenir. On définit la transmittance du moteur suivant la formule suivante :

$$G(z) = \frac{bz^{-1}}{1 + az^{-1}}$$

3. Donner la valeur de  $a$  et  $b$  en fonction de  $K$  et  $\tau$ .
4. Donner l'expression littérale de la transmittance en boucle fermée  $F(z)$  en fonction de  $a$ ,  $b$ ,  $n_0$  et  $n_1$ .
5. Le cahier des charges impose que la fonction de transfert cible continue soit de la forme

$$F_c(p) = \frac{1}{(1 + \tau_{cible}p)^2}$$

Avec  $\tau_{cible} = T_r/4.5$ . La transmittance cible peut se mettre sous la forme :

$$F_c(z) = \frac{\alpha_1 z^{-1} + \alpha_2 z^{-2}}{1 + \delta_1 z^{-1} + \delta_2 z^{-2}}$$

Donner les valeurs de  $\alpha_1, \alpha_2, \delta_1$  et  $\delta_2$  en fonction de  $T_r$ .

6. Identifier le dénominateur de la fonction de transfert de la question 4 et de la question 5 et calculer les valeurs de  $n_0$  et  $n_1$  pour obtenir les performances souhaitées (dépendant de  $a$ ,  $b$ ,  $\delta_1$  et  $\delta_2$ )

### 3.3 Correcteur discret par la méthode polynomiale

7. À partir de la question 4, vérifier que le zéro de la transmittance  $F(z)$  est le zéro introduit par le correcteur.
8. En posant  $A(z) = C(z)G(z)$ , déterminer l'expression de la transmittance en boucle fermée  $F(z)$  en fonction de  $A(z)$ .
9. Vérifier que le zéro de la transmittance  $F(z)$  est le zéro de  $A(z)$
10. Proposer une forme de  $A(z)$  répondant au cahier des charges et assurant le zéro adéquat à  $F(z)$ .
11. Justifier que le polynôme  $(1 - z^{-1})$  doit être présent au dénominateur de  $A(z)$
12. Identifier les coefficients dans  $A(z)$
13. Donner la forme finale du correcteur.

## 4 Manipulation

Les fichiers Simulink permettant de contrôler le système sont disponibles sur l'ENT (TP5.zip). Vous devez sauvegarder les fichiers dans un répertoire (ne faites pas ouvrir depuis le navigateur internet).

## 4.1 Identification du système en boucle ouverte

Cette partie utilisera la maquette à disposition. Le frein du moteur devra être relevé pour la phase d'identification. Il sera utilisé comme une perturbation dans les parties suivantes. Le fichier Simulink "TP5\_system\_bo.mdl" pour contrôler le système est disponible sur l'ENT.

14. Faire un essai en boucle ouverte avec, en entrée, un échelon passant de 2 à 3.
15. Expliquer pourquoi il est intéressant d'utiliser cette entrée
16. Déterminer le gain statique  $K$  et la constante de temps  $\tau$  du système.

## 4.2 Vérification du correcteur P.I. continu

Dans cette partie on utilisera les fichiers "TP5\_script\_pi\_continu.m" et "TP5\_simu\_pi\_continu.mdl". Le fichier "\*.mdl" contient la partie simulation. Le fichier "\*.m" permet d'initialiser les variables, lance la simulation et affiche les résultats. Il n'est donc pas nécessaire d'exécuter le fichier "\*.mdl". On considèrera les valeurs du correcteur  $K_i = 3.5$  et  $\tau_i = 0.5$ .

17. Exécuter le schéma Simulink de l'asservissement continu.
18. Relever les performances obtenues pour une réponse indicielle.

## 4.3 Discrétisation d'un correcteur P.I. continu

**Pour ne pas "fatiguer" inutilement le moteur, il faudra traiter ces questions uniquement en simulation.**

Dans cette partie, nous utiliserons les fichiers "TP5\_script\_pi\_continu\_discretise.m" et "TP5\_simu\_pi\_continu\_discretise.mdl".

19. Observer le fichier "\*.mdl" et remplir le fichier "\*.m"
20. Simuler la réponse de l'asservissement avec des valeurs très brèves pour la période d'échantillonnage  $T_e$ , et discuter l'intérêt d'un tel échantillonnage.
21. Simuler la réponse de l'asservissement avec  $T_e = 0.1$
22. Simuler la réponse de l'asservissement avec des valeurs de plus en plus élevées de la période d'échantillonnage  $T_e$ , et observer les conséquences d'un tel échantillonnage.

## 4.4 Conception d'un correcteur discret par placement de pôles

Dans cette partie, nous utiliserons les fichiers :

- "TP5\_script\_placement\_pole.m",
  - "TP5\_simu\_placement\_pole.mdl"
  - et "TP5\_manip\_placement\_pole.mdl".
23. Compléter le fichier "\*.m" avec les calculs faits en préparation.
  24. Vérifier le calcul de  $G(z)$ .
  25. Vérifier que la fonction de transfert  $F_c(p)$  vérifie le cahier des charges.
  26. Valider, en simulation, que  $F_c(z)$  respecte le cahier des charges.
  27. Valider, en simulation, le réglage par placement de pôles dans le cas où  $T_r = 2s$ .
  28. Valider les performances sur le système réel ( $T_r = 2s$ ).
  29. Observer les performances en cas de perturbation.

La fonction de transfert  $F(z)$  calculée à la question 4 comporte deux pôles et deux zéros (dont un retard). Le réglage effectué précédemment permet d'imposer la dynamique globale de l'asservissement. Ceci a pu être validé à la question 28, dans le cas où  $T_r = 2s$ . Par contre, on ne maîtrise pas la valeur du zéro : elle est spécifiée dès lors que les zéros sont imposés. Les questions suivantes mettent en évidence l'impact du zéro sur l'aspect des réponses de l'asservissement.

30. Observer les réponses de l'asservissement lorsque  $T_r = \{1, 0.75, 0.5\}s$ .
31. Observer la réponse de l'asservissement lorsque  $T_r = \{5, 10, 20\}s$ .
32. Relier ces comportements avec les valeurs du zéros.

#### 4.5 Correcteur discret par la méthode polynomiale

33. Ouvrir le schéma Simulink de l'asservissement et implémenter le calcul du correcteur dans un fichier "\*.m".
34. Faire la simulation du système pour un temps de réponse désiré de  $T_r = \{0.5; 0.75; 1; 2; 5; 10; 20\}s$ .
35. Observer les performances en cas de perturbation (utilisation du frein).
36. Pour évaluer la robustesse du système, diviser par 2 la constante de temps identifiée et relancer la simulation pour  $T_r = 2s$ .
37. Pour évaluer la robustesse du système, multiplier par 2 la constante de temps identifiée et relancer la simulation pour  $T_r = 2s$ .

# Tutoriel Matlab Simulink

## 1 Introduction

Le logiciel Matlab et la toolbox Simulink, sont des outils de simulation multi-domaine de systèmes dynamiques. Ils permettent de prototyper rapidement un contrôleur et de le tester afin d'en évaluer les performances. Ce logiciel sera utilisé dans le cadre des TPs d'automatique. Cependant il existe un équivalent gratuit : Scilab et la toolbox Xcos.

Ce logiciel va nous permettre de simuler des systèmes continus ou discrets. Pour cela deux méthodes sont possibles.

- Une méthode en ligne de commande via la console de Matlab,
- Une méthode graphique via la Toolbox Simulink.

## 2 Accès à Matlab

Matlab/Simulink est accessible dans la salle D206 mais également sous n'importe quel poste informatique de Polytech équipé de Fedora. La procédure suivante permet de se connecter au site du SCI et d'utiliser Matlab. (Pour plus d'information reportez vous à la documentation *Aide Polytech* à partir de la page 45.)

- Menu Applications
- Internet
- VMware View
- Se connecter en utilisant le login et mot de passe
- Version Matlab R2012b.

## 3 Systèmes continus

### 3.1 Simulation à partir de lignes de commande

#### 3.1.1 Saisie d'une fonction de transfert

Dans l'environnement Matlab, une fonction de transfert continue peut être définie au moyen de l'instruction `tf` :

- l'instruction `» F=tf([3],[2 1])` crée une variable  $F$  qui représente la fonction de transfert ci-dessous :

$$F(p) = \frac{3}{2p + 1}$$

- le premier paramètre `[3]` contient les coefficients du polynôme numérateur de  $F(p)$ , rangés dans l'ordre des puissances décroissantes de  $p$ .  
→ ici, un seul coefficient, donc le numérateur de  $F(p)$  est une constante, de valeur 3.
- le second paramètre `[2 1]` contient les coefficients du polynôme dénominateur de  $F(p)$ , rangés dans l'ordre des puissances décroissantes de  $p$ .  
→ ici, deux coefficients, donc le dénominateur de  $F(p)$  est un polynôme de degré 1, dont les coefficients sont 2 et 1, c'est-à-dire il s'agit du polynôme  $2p + 1$
- si le système à simuler comporte un retard pur, il peut être spécifié en surchargeant l'instruction `tf` comme suit : `» F=tf([3],[2 1],'Outputdelay',4)`. La fonction de transfert créée est alors :

$$F(p) = \frac{3}{2p + 1} e^{-4p}$$

### 3.1.2 Opérations sur les fonctions de transfert

Si on souhaite calculer la fonction de transfert équivalente, il suffit d'écrire l'équation en utilisant les opérateurs classiques (\*,/,+,-). Par exemple pour connaître la réponse en boucle fermée il suffit d'utiliser l'instruction :

```
>> Fbf = F / (1+F)
```

### 3.1.3 Visualisation d'une réponse indicielle

Si  $F$  est une variable qui décrit la fonction de transfert d'un système donné, alors la réponse de ce système à une entrée échelon (d'amplitude 1, appliquée à l'instant  $t = 0$  s, depuis des conditions initiales nulles) peut-être calculée au moyen de l'instruction `step`, puis tracée au moyen de l'instruction `plot` :

```
>> [y,t]=step(F);
>> figure(1), plot(t,y), grid on
```

$t$  est un vecteur colonne où sont rangés tous les instants où la sortie du système est évaluée et  $y$  est un vecteur colonne où l'on retrouve la valeur de la sortie à chacun de ces instants ( $t$  et  $y$  ont donc forcément la même dimension).

Si on souhaite superposer la réponse indicielle de 2 systèmes décrits par les fonctions de transfert  $F$  et  $G$ , il suffit d'exécuter la séquence d'instructions :

```
>> [yF,tF]=step(F); [yG,tG]=step(G);
>> figure(1), plot(tF,yF,'b',tG,yG,'r'), grid on
```

### 3.1.4 Visualisation d'une réponse à une entrée quelconque

Si on souhaite maintenant visualiser la réponse d'un système modélisé par une fonction de transfert  $F$  à une entrée quelconque, alors il convient :

- de définir le signal d'entrée. Pour cela :
  - on crée un vecteur  $t$  où l'on range tous les instants où le signal d'entrée va être défini,
  - puis on crée un vecteur  $u$ , de même dimension que  $t$ , où l'on range les valeurs de l'entrée à chacun de ces instants
- puis on évalue la sortie du système à ce signal d'entrée au moyen de l'instruction `lsim` : `y=lsim(F,u,t)`;
- et il ne reste plus qu'à exécuter le tracé graphique.

Par exemple, si on souhaite visualiser la réponse à une rampe de pente 2 appliquée depuis  $t = 0$  s pendant 10 s, il convient d'exécuter les instructions :

```
>> t=0:0.1:10; u=2*t;
>> y=lsim(F,u,t);
>> figure(1), plot(t,u,'b',t,y,'r'), grid on
```

Si on souhaite maintenant visualiser la réponse de ce même système à une entrée sinusoïdale de fréquence 0.5 Hz et d'amplitude 2, il suffit de modifier le signal  $u$

```
>> t=0:0.1:10; u=2*sin(2*pi*0.5*t);
```

### 3.1.5 Tracé d'un diagramme fréquentiel

La visualisation des diagrammes de Bode, de Nyquist ou de Black-Nichols d'un système modélisé par une fonction de transfert  $F$  s'obtient immédiatement au moyen de l'instruction :

```
>> figure(1), bode(F), grid on
```

Enfin, si à des fins de comparaison, on souhaite superposer les diagrammes de Bode de 2 systèmes modélisés par les fonctions de transfert  $F$  et  $G$ , il suffit de surcharger l'instruction `bode` :

```
>> figure(1), bode(F,G), grid on
```

On utilisera l'instruction `nyquist` ou `nichols` pour les diagrammes de Nyquist ou Black-Nichols.

## 3.2 Simulation à partir de schémas-blocs

### 3.2.1 Simulation sans interface physique réelle

Une alternative pour simuler la réponse d'un système linéaire consiste à dessiner, au moyen de Simulink, le schéma-bloc de la simulation. Pour cela, il convient :

- d'ouvrir Simulink, soit en tapant `simulink` dans la fenetre de commande ou de cliquer sur l'icône correspondant.
- d'ouvrir une palette graphique (*depuis la barre de menu : File > New > Model*)
- puis d'ouvrir depuis cette fenêtre la librairie de composants (*View > Library Browser*)
- on amène ensuite, par glisser-déplacer, les différents composants sur la palette graphique vierge :
  - le bloc *Transfer Fcn* se trouve dans le répertoire **Continuous** de la librairie. Si le système comporte un retard pur, il faut faire glisser également un bloc *Transport Delay*.
  - le signal d'entrée se sélectionne dans le répertoire **Source**. On peut sélectionner un échelon *Step*, une rampe *Ramp* ou un signal sinusoïdal *Sine Wave*.
  - pour visualiser le signal de sortie, on pioche dans le répertoire **Sinks** :
    - \* soit un oscilloscope virtuel *Scope*, pour une visualisation immédiate,
    - \* soit une sortie vers l'espace de travail Matlab *To Workspace*, pour donner un nom au signal de sortie et le visualiser a posteriori depuis Matlab via une instruction `plot` (utile lorsque l'on veut faire des superpositions).
- on relie ensuite les différents blocs (i.e. on tire un fil (au moyen de la souris) depuis le bloc d'entrée et l'entrée du bloc fonction de transfert, puis un fil entre la sortie de ce bloc et le bloc de visualisation)
- il faut ensuite configurer ces blocs. Pour cela, on ouvre la boîte de dialogue en double-cliquant sur le bloc. On peut ainsi préciser les caractéristiques du signal d'entrée, spécifier la fonction de transfert et nommer la variable qui récupérera le signal de sortie (si on utilise un bloc *To Workspace*). Pour ce dernier bloc, à l'item *Save format*, on sélectionnera *Array*.
- depuis la barre de menu de la palette graphique, on sélectionne ensuite *Simulation > Configuration parameters*

- sur la première page de la fenêtre qui s'ouvre, on indique la durée de simulation dans *Stop time*,
- puis en naviguant sur l'item *Data Import/Export*, on peut renommer la variable qui regroupe les instants où la sortie est évaluée (par défaut, elle se nomme `tout`). Cette variable sera ensuite à utiliser au sein de l'instruction `plot` pour exécuter les tracés graphiques.
- à ce stade, la simulation à réaliser est complètement définie. On peut l'exécuter en appuyant sur le bouton *Play* dans la barre de menu de la palette graphique (*symbolisé par un triangle noir pointant vers la droite*) et exploiter ses résultats.
- si les courbes visualisées à l'issue de la simulation se présentent comme des lignes brisées, cela traduit qu'un pas d'intégration trop long a été utilisé par Simulink pour réaliser la simulation.
  - pour contraindre Simulink à utiliser un pas plus court, il faut de nouveau, depuis la barre de menu de la palette graphique, sélectionner *Simulation > Configuration parameters*, puis remplacer la mention *auto* dans le champ *Max step size* par une valeur numérique appropriée à la simulation réalisée.

Si la version de Matlab dispose de la boîte à outils *Control System Toolbox*, la librairie de Simulink offre dans ce répertoire un bloc *LTI System* qui permet de spécifier le système à simuler directement par la variable décrivant sa fonction de transfert : si l'instruction `tf` a été utilisée pour associer une fonction de transfert à la variable `F`, alors on peut directement spécifier le système à simuler en reportant `F` dans la boîte de dialogue du bloc *LTI System*.

### 3.2.2 Simulation avec interface physique réelle

Lors de certaines séances de TPs, vous serez amenés à utiliser Simulink pour contrôler des processus réels. Il faudra alors utiliser les fichiers simulink (\*.mdl) disponibles sur l'ENT. Il sera nécessaire de construire le fichier (appuyer sur le bouton *build*) puis de se connecter au matériel (bouton *connect to target*) pour enfin pouvoir lancer la manipulation.

## 4 Systèmes discrets

### 4.1 Simulation à partir de lignes de commande

Il est possible de définir une transmittance par la commande

- » `Fdiscret=tf([0 1],[1 2 1],0.1)` Où :
  - le premier paramètre `[0 1]` contient les coefficients du polynôme numérateur, rangés dans l'ordre des puissances décroissantes de  $z$ .
  - le deuxième paramètre `[1 2 1]` contient les coefficients du polynôme dénominateur, rangés dans l'ordre des puissances décroissantes de  $z$ .
  - le troisième paramètre `[0.1]` contient la période d'échantillonnage.

Il est également possible de "convertir" une fonction de transfert continue en transmittance (discrète) par la commande :

- » `Fdiscret=c2d(F,0.1)` Où :
  - le premier paramètre `[F]` est la fonction de transfert.
  - le second paramètre `[0.1]` contient la période d'échantillonnage.

## 4.2 Simulation à partir de schémas-blocs

Il est également possible d'obtenir des schémas-blocs de composants discrets dans le répertoire *discrete*. Il faudra néanmoins veiller à configurer correctement les périodes d'échantillonnage.

## 5 Tableau des principaux blocs Simulink

Description	Emplacement	Nom	Icone
Fonction de transfert continue	Continuous	Transfer Fcn	 Transfer Fcn
Fonction de transfert discrète	Discrete	Discrete Transfer Fcn	 Discrete Transfer Fcn
Échelon	Sources	Step	 Step
Multiplexeur	Signal Routing	Mux	 Mux
Scope	Sinks	Scope	 Scope
Soustracteur	Math Operators	Subtract	 Subtract
Controlleur (PI/PID)	Continuous	PID Controller	 PID Controller
Controlleur (PD)	Continuous	Transfer Fcn	 Transfer Fcn
Correcteur (P)	Math Operators	Gain	 Gain
Additionneur	Math Operators	Add	 Add
Intégrateur	Continuous	Integrator	 Integrator
Retard pur	Continuous	Transport Delay	 Transport Delay
Signal sinusoïdal	Sources	Sine Wave	 Sine Wave
Bloqueur	Discrete	Zero holder	 Zero-Order Hold
Polynome	Math Operations	Polynomial	 Polynomial
Saturation	Discontinuities	Saturation	 Saturation

TABLE 1 – Tableau des principales fonctions de Matlab Simulink