

RST

Exemple 1 :

$$H(z) = \frac{0.03029z^3 + 0.0904z^2 + 0.01859z + 0.0002074}{z^4 - 1.294z^3 + 0.3994z^2 - 0.03453z + 0.0002149} = \frac{0.030289(z+2.764)(z+0.2093)(z+0.01184)}{(z-0.006738)(z-0.1364)(z-0.2636)(z-0.887)}$$

ou

$$H(z^{-1}) = \frac{0.03029z^{-1} + 0.0904z^{-2} + 0.01859z^{-3} + 0.0002074z^{-4}}{1 - 1.294z^{-1} + 0.3994z^{-2} - 0.03453z^{-3} + 0.0002149z^{-4}} = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} \quad (2.5)$$

On cherche à déterminer une commande numérique RST (T=R Figure 2.6) du procédé avec des performances voisines de celles d'un second ordre normalisé caractérisé par ϖ_0 (pulsation propre rd/s) et $\zeta = 0.8$ (facteur d'amortissement) et de fonction de

$$\text{transfert : } \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2} \quad (2.7)$$

Les contraintes du choix de la période d'échantillonnage conduisent à choisir ϖ_0 avec la contrainte (voir première partie):

$$\zeta = 0.8 \Rightarrow 0.25 < \omega_0 T_e < 1.5$$

Comme $T_e = 1s$, on prendra $\varpi_0 = 0.5$ rd/s.

On lit sur les abaques (Annexe 1), qu'un second ordre normalisé avec $\varpi_0 = 0.5$ rd/s et $\zeta = 0.8$ prévoit les performances suivantes :

$$D = 1.52\%; \quad t_{5\%} = 6.8s, \quad t_p = 10.48s, \quad t_m = 8.32s$$

Le second ordre discret correspondant est (discrétisation de 2.7 par BOZ) :

$$\frac{0.09549z + 0.07307}{z^2 - 1.281z + 0.4493} \quad \text{ou} \quad \frac{0.09549z^{-1} + 0.07307z^{-2}}{1 - 1.281z^{-1} + 0.4493z^{-2}}$$

Donc on fixe comme polynôme caractéristique ou dominant en BF :

$$P(z^{-1}) = P_D(z^{-1}) = 1 - 1.281z^{-1} + 0.4493z^{-2} \quad (2.8)$$

Et on résout l'équation de Bezout pour déterminer le régulateur RST soit :

$$P(z^{-1}) = A(z^{-1})S(z^{-1}) + z^{-d}B(z^{-1})R(z^{-1}) \quad (2.9)$$

$S(z^{-1})$ et $R(z^{-1})$ Sont les polynômes à calculer pour A et B donnés par (2.5) et P par (2.8). Le retard d est nul. Le polynôme $S(z^{-1})$ doit contenir un intégrateur pour éliminer l'erreur statique donc on lui impose d'être de la forme $S(z^{-1}) = (1 - z^{-1})S'(z^{-1})$.
Finalement, on trouve :

$$\begin{aligned} S(z^{-1}) &= (1 - z^{-1})(1. + 0.7821z^{-1} + 0.1335z^{-2} + 0.0015z^{-3}) \\ \text{soit } S(z^{-1}) &= 1. - 0.2179z^{-1} - 0.6486z^{-2} - 0.1320z^{-3} - 0.0015z^{-4} \\ \text{et } R(z^{-1}) &= 7.6218 - 8.9924z^{-1} + 2.8206z^{-2} - 0.2450z^{-3} + 0.0015z^{-4} \end{aligned} \quad (2.10)$$

Exemple 1 Résumé :

$D = 1.52\%$; $t_{5\%} = 6.8s$, $t_p = 10.48s$, $t_m = 8.32s$ Comme $T_e = 1s$, on prendra $\varpi_0 = 0.5 \text{ rd/s}$.

$$H(z) = \frac{0.03029z^3 + 0.0904z^2 + 0.01859z + 0.0002074}{z^4 - 1.294z^3 + 0.3994z^2 - 0.03453z + 0.0002149} = \frac{0.030289(z + 2.764)(z + 0.2093)(z + 0.01184)}{(z - 0.006738)(z - 0.1364)(z - 0.2636)(z - 0.887)}$$

ou

$$H(z^{-1}) = \frac{0.03029z^{-1} + 0.0904z^{-2} + 0.01859z^{-3} + 0.0002074z^{-4}}{1 - 1.294z^{-1} + 0.3994z^{-2} - 0.03453z^{-3} + 0.0002149z^{-4}} = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned} S(z^{-1}) &= (1 - z^{-1})(1. + 0.7821z^{-1} + 0.1335z^{-2} + 0.0015z^{-3}) \\ \text{soit } S(z^{-1}) &= 1. - 0.2179z^{-1} - 0.6486z^{-2} - 0.1320z^{-3} - 0.0015z^{-4} \\ \text{et } R(z^{-1}) &= 7.6218 - 8.9924z^{-1} + 2.8206z^{-2} - 0.2450z^{-3} + 0.0015z^{-4} \end{aligned} \quad (2.10)$$

Exemple 2 :

Le système à régler a pour fonction de transfert :

$$H(s) = \frac{1}{(s^2 + 0.8s + 1)(0.1s + 1)^2}$$

Figure 3.5. Méthode par projection et factorisation spectrale optimisée

$$(T_c = T_o = 0.5s)$$

Correcteur calculé :

$$R(s) = 386.2s^3 + 288.9s^2 + 4039s + 2803$$

$$S(s) = s^4 + 14.5s^3 + 60.6s^2 + 478.4s$$

$$T(s) = 36.4s^4 + 291.3s^3 + 1429s^2 + 3386s + 2.803$$

Cette solution a été calculée avec la valeur optimale de λ , soit $1,3 \cdot 10^3$.

Figure 3.6. Méthode [DE LA 93] ($T_c = T_o = 0.5s$).

Correcteur calculé :

$$R(s) = 108.3s^3 - 424.2s^2 + 1560s + 836.7$$

$$S(s) = s^4 + 13.46s^3 + 79.81s^2 + 387.5s$$

$$T(s) = 10.9s^4 + 86.9s^3 + 426.5s^2 + 1010s + 836.7$$

Figure 3.7. Méthode [DE LA 99] ($T_c = T_o = 0.5s$).

Correcteur calculé :

$$R(s) = -133.2s^3 - 121.3s^2 + 197.8s + 76.98$$

$$S(s) = 1.035s^4 + 11.57s^3 + 69.62s^2 + 86.45s$$

$$T(s) = s^4 + 8s^3 + 39.25s^2 + 92.96s + 77$$

Figure 3.8. Méthode [DE LA 93] ($T_c = 0.18s$ et $T_o = 0.54s$).

Correcteur calculé :

$$R(s) = 1004s^3 - 1000s^2 + 7730s + 4632$$

$$S(s) = s^4 + 23.5s^3 + 126.4s^2 + 1458s$$

$$T(s) = 72.3s^4 + 536s^3 + 2591s^2 + 5921s + 4632$$

Figure 3.9. Méthode [DE LA 99] ($T_c = 0.11s$, $T_o = 0.33s$).

Correcteur calculé:

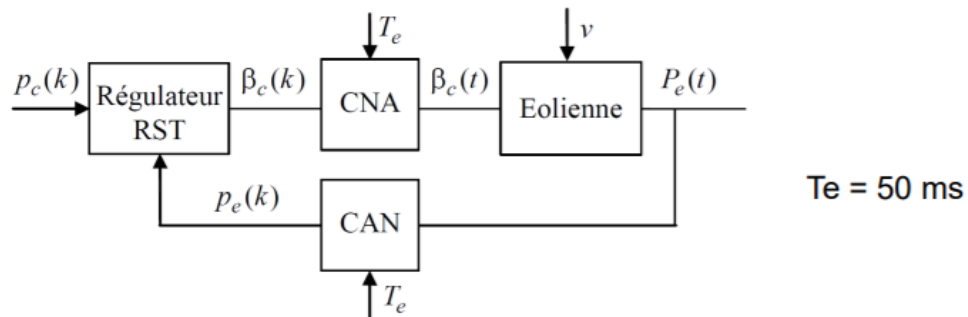
$$R(s) = 29s^3 + 2.34s^2 + 275.6s + 224.3$$

$$S(s) = 0.024s^4 + 0.591s^3 + 2.669s^2 + 34.7s$$

$$T(s) = s^4 + 12.12s^3 + 70.34s^2 + 203.7s + 224.3$$

Exercice 3 :

Régulation de puissance fournie par une éolienne



$$P_e(s) = \frac{31400}{\left(1 + \frac{2 \cdot 0,258}{6,25}s + \frac{s^2}{6,25^2}\right)} \left(\frac{\beta_c(s)}{1 + s/2} + 5,3V(s) \right)$$

$$G(z) = \frac{P_e(z)}{\beta_c(z)} = (1 - z^{-1}) \mathcal{Z} \left[\frac{31400}{s \left(1 + \frac{s}{2}\right) \left(1 + \frac{2 \cdot 0,258}{6,25}s + \frac{s^2}{6,25^2}\right)} \right]_{T_e=50 \text{ ms}} = \frac{47,7244 z^{-1} (1 + 3,482z^{-1}) (1 + 0,2526z^{-1})}{(1 - 0,9048z^{-1}) (1 - 1,766z^{-1} + 0,8553z^{-2})}$$

Cahier des charges

On souhaite déterminer un régulateur de type RST permettant d'assurer le cahier des charges suivant :

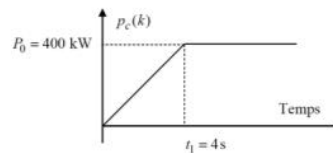
- Comportement en boucle fermée de type 2^{ème} ordre caractérisé par une pulsation propre $\omega_0 = 3 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ et un amortissement $\xi = 1$.
- Mise en place d'un terme de filtrage A_0 réglé sur une pulsation de brisure $\omega_f = 4 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$.
- Ecart nul en régime permanent vis-à-vis d'une puissance constante et insensibilité en régime permanent vis-à-vis de la perturbation due à un vent constant.

- 1) Etablir le modèle discret et le simplifier au vue du cahier des charges
- 2) Donner la méthode permettant l'obtention d'un régulateur R,S,T correspondant en justifiant de la structure des polynômes
- 3) Evaluer l'erreur statique pour une phase de montée en puissance en rampe en prenant :

$$S(z^{-1}) = (1 - z^{-1})$$

$$R(z^{-1}) = 8,415 \cdot 10^{-4} (1 - 2,0876z^{-1} + 1,103z^{-2}) (1 - 0,9048z^{-1})$$

$$T(z^{-1}) = 7,239 \cdot 10^{-5} (1 - 0,9048z^{-1}) (1 - 0,8187z^{-1})$$



- 4) Comment modifier le régulateur précédent afin d'annuler l'erreur statique en réponse à une consigne en rampe