

# Étude des Équations Magnétiques en jeu lors du fonctionnement d'un contacteur

## Introduction

Un contacteur est un dispositif électromagnétique utilisé pour ouvrir ou fermer des circuits électriques sous l'effet d'un champ magnétique. Il peut être actionné par une bobine électromagnétique ou un aimant permanent. Cette étude examine les lois magnétiques impliquées dans le fonctionnement des contacteurs, les forces générées, et propose une comparaison entre une bobine et un aimant permanent à travers une application numérique.

## 1 Les Lois Magnétiques Fondamentales

### 1.1 Loi d'Ampère

La loi d'Ampère établit le lien entre le champ magnétique  $B$  et le courant  $I$  qui le génère.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot I_{\text{encl}}$$

où :

- $\vec{B}$  : Champ magnétique (T),
- $\mu_0$  : Perméabilité du vide ( $4\pi \times 10^{-7}$  H/m),
- $I_{\text{encl}}$  : Courant enclavé (A).

Dans une bobine, cette loi permet de calculer la densité de flux magnétique :

$$B = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{l}$$

où  $N$  est le nombre de spires,  $I$  le courant, et  $l$  la longueur du circuit magnétique.

### 1.2 Loi de Faraday

Cette loi décrit l'induction électromagnétique, où une variation de flux magnétique  $\Phi$  induit une force électromotrice (FEM) :

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad \Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

où :

- $\mathcal{E}$  : Force électromotrice induite (V),
- $\Phi$  : Flux magnétique (Wb),
- $\vec{A}$  : Surface traversée par  $\vec{B}$ .

Lors d'une commutation rapide, cette loi explique les surtensions ou courants induits dans les circuits voisins.

### 1.3 Loi de Lenz

La loi de Lenz complète la loi de Faraday en précisant le sens du courant induit. Elle garantit que le courant induit s'oppose à la variation de flux magnétique qui l'a produit.

$$\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt}$$

où :

- $\mathcal{E}$  : Force électromotrice (V),
- $L$  : Inductance (H),
- $\frac{dI}{dt}$  : Variation du courant (A/s).

Cette loi garantit la conservation de l'énergie dans les systèmes électromagnétiques et explique les forces opposées observées lors des changements rapides de courant.

### 1.4 Force de Lorentz

La force de Lorentz décrit l'interaction entre un champ magnétique  $\vec{B}$  et une charge électrique en mouvement  $q$ .

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

où :

- $\vec{F}$  : Force magnétique (N),
- $q$  : Charge (C),
- $\vec{v}$  : Vitesse (m/s).

Dans un contacteur, cette force provoque le déplacement du noyau ferromagnétique pour ouvrir ou fermer les contacts.

## 2 Forces Appliquées sur le Noyau

### 2.1 Force dans un Contacteur à Bobine

La force magnétique générée dans une bobine est donnée par :

$$F_{\text{bobine}} = \frac{B^2 \cdot A}{2 \cdot \mu_0}$$

où :

- $B$  : Champ magnétique produit par la bobine,
- $A$  : Section transversale du noyau,
- $\mu_0$  : Perméabilité du vide.

Le champ magnétique  $B$  est calculé comme :

$$B = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{l}$$

## 2.2 Force dans un Contacteur à Aimant permanent

La force magnétique générée dans un aimant permanent est donnée par :

$$F_{\text{aimant}} = \frac{B^2 \cdot A}{2 \cdot \mu_0}$$

Où

- $B$  : Champ magnétique pour un aimant,
- $A$  : Section transversale du noyau,
- $\mu_0$  : Perméabilité du vide.

Le champ magnétique  $B$  est calculé comme :

$$B = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot \frac{H}{l}$$

Où :

- $H$  : Force coercitive.
- $\mu_r$  : Perméabilité relative.
- $\mu_0$  : Perméabilité du vide.
- $l$  : Longueur moyenne du chemin magnétique.

## 3 Calcul des forces appliquées sur le noyau

Pour évaluer les forces appliquées sur le noyau, nous comparons deux technologies : les contacteurs à bobine classique et les contacteurs à aimant permanent.

### 3.1 Données disponibles

Les données pour le contacteur étudié (gamme AF d'ABB) sont :

- Tension de la bobine : 20 V à 500 V en DC ;
- Intensité supposée :  $I = 1.5 \text{ A}$  ;
- Nombre de spires :  $N = 500$  ;
- Longueur moyenne du chemin magnétique :  $l = 0.1 \text{ m}$  ;
- Section transversale :  $A = 4 \times 10^{-4} \text{ m}^2$  ;
- Perméabilité du vide :  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$ .

### 3.2 Calcul pour un contacteur à bobine classique

La force magnétique est calculée à partir du champ magnétique  $B$  généré par la bobine.

Formules utilisées :

$$B = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{l}$$
$$F_{\text{bobine}} = \frac{B^2 \cdot A}{2 \cdot \mu_0}$$

Calculs :

$$B = \frac{4\pi \times 10^{-7} \cdot 500 \cdot 1.5}{0.1} = 9.42 \times 10^{-3} \text{ T}$$
$$F_{\text{bobine}} = \frac{(9.42 \times 10^{-3})^2 \cdot 4 \times 10^{-4}}{2 \cdot 4\pi \times 10^{-7}} = 0.044 \text{ N}$$

Ainsi, la force appliquée sur le noyau est  $F_{\text{bobine}} = 44 \text{ mN}$ .

### 3.3 Calcul pour un contacteur à aimant permanent

Dans le cas des aimants permanents, le champ magnétique  $B$  dépend des propriétés intrinsèques de l'aimant.

Formules utilisées :

$$B = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot \frac{H}{l}$$
$$F_{\text{aimant}} = \frac{B^2 \cdot A}{2 \cdot \mu_0}$$

Données spécifiques : Pour un aimant NdFeB :

- Force coercitive :  $H = 10^6 \text{ A/m}$ ,
- Perméabilité relative :  $\mu_r = 1.05$ .

Calculs :

$$B = 1.05 \cdot 4\pi \times 10^{-7} \cdot \frac{10^6}{0.1} = 4.398 \text{ T}$$
$$F_{\text{aimant}} = \frac{(4.398)^2 \cdot 4 \times 10^{-4}}{2 \cdot 4\pi \times 10^{-7}} = 3062.8 \text{ N}$$

La force appliquée sur le noyau est  $F_{\text{aimant}} = 3063 \text{ N}$ .

### 3.4 Analyse des résultats

- **Contacteur à bobine classique** : La force appliquée est 44 mN.  
Avantage : flexible et ajustable via le courant.  
Inconvénient : consommation d'énergie continue.
- **Contacteur à aimant permanent** : La force appliquée est 3063 N.  
Avantage : aucune consommation d'énergie après activation.  
Inconvénient : difficulté à désactiver sans circuit externe.

## 4 Calcul des performances avec un aimant permanent

### 4.1 Rappel des formules pour la force magnétique

Pour un aimant permanent, la force appliquée est donnée par la formule :

$$F = \frac{B^2 \cdot A}{2 \cdot \mu_0}$$

où :

- $F$  : Force magnétique (300 N),
- $B$  : Champ magnétique de l'aimant (en teslas),
- $A$  : Section transversale ( $A = 4 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ ),
- $\mu_0$  : Perméabilité du vide ( $4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$ ).

### 4.2 Calcul de $B$ en fonction des données

On réorganise la formule pour isoler  $B$  :

$$B = \sqrt{\frac{2 \cdot F \cdot \mu_0}{A}}$$

En appliquant cette formule, avec une section transversale  $A$  de l'aimant permanent  $A = 4 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ . Substituons les valeurs :

$$B = \sqrt{\frac{2 \cdot 300 \cdot (4\pi \times 10^{-7})}{4 \times 10^{-4}}}$$

$$B = \sqrt{\frac{7.539 \times 10^{-4}}{4 \times 10^{-4}}}$$

$$B = \sqrt{1.884 \text{ T}^2} = 1.372 \text{ T}.$$

### 4.3 Détermination des caractéristiques de l'aimant permanent

Un aimant permanent capable de produire un champ  $B = 1.372 \text{ T}$  doit répondre aux critères suivants :

**a. Longueur et force coercitive** Le champ  $B$  pour un aimant permanent est donné par :

$$B = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot \frac{H}{l}$$

où :

- $H$  : Force coercitive ( $10^6 \text{ A/m}$  pour un aimant NdFeB),
- $l$  : Longueur du chemin magnétique,

- $\mu_r$  : Perméabilité relative (supposée 1.05 pour cet aimant).

On réorganise pour  $l$  :

$$l = \frac{\mu_r \cdot \mu_0 \cdot H}{B}.$$

Substituons les valeurs :

$$l = \frac{1.05 \cdot (4\pi \times 10^{-7}) \cdot 10^6}{1.372} = 0.305 \text{ m}.$$

Ainsi, pour un aimant de type NdFeB avec une force coercitive de  $10^6$  A/m, il faudrait un chemin magnétique d'environ  $l = 0.305$  m pour atteindre la performance désirée.

#### 4.4 Résultat final et comparaison

Pour reproduire la force de 300 N avec un aimant permanent :

- **Champ requis** :  $B = 1.372$  T,
- **Section transversale** :  $A = 4 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ ,
- **Chemin magnétique** :  $l = 0.305$  m.

Un aimant en NdFeB avec ces dimensions et propriétés serait capable de fournir une force équivalente. Cependant, si le volume ou les dimensions sont contraignants, des ajustements dans les matériaux ou la géométrie seraient nécessaires.